

MODERN MANTIĞA GİRİŞ

Yirminci yüzyılın başında formel mantığın aldığı özel şekle lojistik veya modern mantık denir. Modern mantık, mantık unsurlarını sembollerle ifade eden ve bu sembollerle işlemler yaparak sağlam çıkarımlara ulaşmayı amaçlayan bir disiplindir. Modern mantığın amacı geçerli çıkarımlara ulaşmaktır. Modern mantık, günlük dildeki çıkarımları, matematik diline benzeyen, çok anlamlılığa ve belirsizliğe hiç yer vermeyen sembolik bir dile çevirip kesin bir denetlemeyi sağlar. Bu yeni mantık klasik Aristoteles mantığının alanını aşmış ve onu geliştirip genişletmiştir. Modern mantıkta denetleme, neredeyse matematiğin ispatlarında görülen bir kesinlikle yapılabilmektedir. Modern mantığın klasik mantıktan en önemli farkı, tamamen sembolik olduğu için içeriğin etkisinden kurtulmuş olmasıdır. Modern mantık, günlük dildeki çıkarımları, matematik diline benzeyen, çok anlamlılığa ve belirsizliğe hiç yer vermeyen sembolik bir dile çevirip kesin bir denetlemeyi sağlar.

MODERN MANTIK

Doğru düşünmenin bilimi olarak görülen modern mantık, en genel anlamda, bir aradaki ifadelerin tutarlılığı ve akıl yürütmelerin geçerliliğine ilişkin formların araştırıldığı bir alandır. Ancak dile dökülmemiş düşünmenin araştırılması imkânsız olduğu için bu araştırmaların çıkış noktası dildir. Düşünme formlarının incelenebilmesi için düşünce içeriklerinin öncelikle önermelerle dile getirilmesi modern mantığı çıkarır. Bu çerçevede, önerme formlarının mantıksal özellikleri ve formel yapılar arasındaki biçimsel eş değerklik bağıntıları incelenir. Modern mantık günümüzde pek çok alanda uygulanmaktadır. Örneğin bilgisayar teknolojisindeki gelişmelerde, elektrik devrelerinin çözümlenmesinde ve matematiksel ispatlamalar da sembolik mantıktan yararlanılmaktadır. Günlük yaşamda ise sağlam akıl yürütmeler yapma, başkalarının düşünce biçimlerini analiz edip eleştirebilme, ana dili daha doğru kullanabilme konularında sembolik mantık yol göstericidir. Modern mantık, günümüzün özellikle bilgi ve dil felsefesi dallarına da yeni açılımlar sağlamıştır. Modern mantığı beş bölümde inceleyebiliriz: 1. İki değerli mantık, 2. Çok değerli mantık, 3. Kiplik mantığı, 4. Özdeşlik mantığı, 5. Varlık mantığı. Modern mantıktaki gelişmeler şu kolaylıkları getirmiştir: 1. Günlük dilde anlatılması zor olan kavram ve ilişkileri daha kolay, kısa ve açık bir biçimde anlatmak. 2. Günlük dilin çoğu kez yol açtığı çok anlamlılığını ve anlamlardaki belirsizlikleri önleme. 3. Düşünmeyi etkin ve sağlıklı kılmak, birtakım somut olgu ya da ilişkilerin dar çerçevesini aşarak ona soyut düzeyin özgürlüğünde hareket etme ve ilerleme imkânı kazandırmak.

MANTIĞIN İLKELERİ

Doğru ve düzgün bir akıl yürütme veya düşünme, mantığın ilkelerini temele alarak yapılan düşünmedir. Klasik ve modern mantık bu ilkeleri kullanır. Bu ilkeler şunlardır: 1. Özdeşlik 2. Çelişmezlik 3. Üçüncü şıkkın imkânsızlığı. Özdeşlik ilkesi modern mantıkta A, A' şeklinde sembolleştirilir. Aynı zamanda bu ilke: Önermeler mantığında $P \supset P$ niceleme mantığında $\forall x(Fx \supset Fx)$ özdeşlik mantığında $\forall x(x=x)$ biçiminde ifade edilir. Çelişmezlik İlkesi modern mantıkta $\sim (P \wedge \sim P)$ olarak simgeleştirilir. Üçüncü şıkkın imkânsızlığı modern mantıkta bu ilke $P \vee \sim P$ olarak simgeleştirilir.

MODERN MANTIĞIN KISA TARİHÇESİ

Modern mantığın kısa tarihçesine bakıldığında Rönesans'ın getirdiği yeni mantık anlayışı, gerçeğe düşünceden değil doğadan yola çıkarak varmak gerektiğini önermekteydi. Bu Aristoteles'in akılsal mantığına karşı doğasal -deneysel- bir mantık meydana getirme çabalarını gündeme getirmiştir. Yeni Çağ'da bilimsel gelişmeler sonucunda Aristotelesçi dünya görüşünün değişmesi yeni yöntem anlayışını ve buna bağlı olarak yeni bir mantık arayışını zorunlu kılmıştır. Zira klasik mantık, matematik düşüncesinin özelliklerini ve bu düşünüş tarzının tasvir ettiği fizik dünya arasında ilişki kuramamış, doğanın işleyişini açıklamada tatminkâr bir sonuç vermekten uzak kalmıştır. Bütün bu gelişmelere bağlı olarak Bacon ve Descartes'in metot meselelerine dikkati çekmelerinden sonra, bilimlerde metot meseleleri mantığın önemli bir bölümü hâline gelmiştir. Fakat metot meselesinin mantığa eklenmesi mantığın esasına bir şey ilave etmemiş, onun bünyesinde bir değişiklik yapmamıştır. Aksine metot meselesinin yanında mantığın gelişmesi başka bir yönde olmuştur. Bu da 19. yüzyılın ikinci yarısında başlayan sembolik mantık çalışmalarıdır. Mantığın bu yolda gelişmesi gerektiğini ilk sezenlerden birisi Raymond Lulle'dir. Giordano Bruno ve Leibniz onun düşünceleriyle uğraşmışlardır. Lulle, kendi genel tablosunda tüm bilimlerde ortak olup apaçık olarak bilinen genel ilkelerin listesini saptamıştır ki ona göre bunlar olmadan ne bilim ne de felsefe meydana gelebilir. Lulle'nin sezinlemiş olmasına rağmen, problemlerin giderilmesi için geleneksel mantıkta girişilen reformun ilk önemli aşaması

Gottfried Wilhelm Leibniz tarafından geliştirilmiştir. Bu konu da ilk ciddi adımı atan ve müstakil bir sistem ortaya koyan Leibniz'dir. Leibniz, Aristoteles mantığı üzerinde çalışmalarının yanında ciddi anlamda sembolik mantığı ilk tasarlayan düşünürdür. Akıl yürütme kurallarının matematik kuralları gibi olması için “evrensel karakterizm” adını verdiği sembollere dayanan bir sistemi geliştirmiştir. Asıl mantık çalışmaları Augustus De Morgan, George Boole, William Stanley Jevons ve Ernst Schröder, Friedrich Ludwig Gottlob Frege ile devam etmiştir. De Morgan özellikle cebire getirdiği yeni yaklaşımlarla başarılı olmuş ve cebirin saf doğasını anlamayı başarmıştır. De Morgan kuralları ile matematiksel mantığın en önemli ismi olmayı hak etmiştir. Mantıktaki reformun ikinci önemli aşaması İngiliz matematikçisi ve filozofu Boole ile birlikte matematiksel mantığın ortaya çıkışıyla olmuştur. George Boole 1848 yılında “Mantığın Matematik Analizi” adlı bir eser yayınlamıştır. İngiliz iktisatçı ve mantıkçısı Stanley Jevons mantık ve bilimsel metotlar hakkında önemli çalışmalar yapmıştır. Alman matematikçi, mantıkçı ve filozof Gottlob Frege, modern matematiksel mantığın ve analitik felsefenin kurucusu sayılır. Aristoteles'ten sonraki zamanların en büyük mantıkçısı kabul edilir. Frege önermeler mantığı ve kendi icadı yüklem mantığının aksiyomatikleştirilmesini oluşturan kişidir. 19. yüzyılın sonlarına doğru ünlü matematikçilerin ilgisi mantık üzerine yoğunlaşmıştır. Mantıksal pozitivizm olarak bilinen felsefi akımın ve Viyana çevresi olarak adlandırılan filozoflar grubunun içinde yer alan önemli isimlerden İngiliz matematikçisi ve filozofu Alfred North Whitehead ve ünlü İngiliz filozofu Bertrand Russell, daha önce ortaya konulan kavram ve yöntemleri geliştirmişlerdir. 20. yüzyılın başlarında yeni mantığın ikinci büyük eseri olarak matematiğin biçimsel temellerinin oluşturulmasına önemli katkılarda bulunan ünlü Alman matematikçi David Hilbert ve matematik felsefesine önemli katkılar sağlayan İsviçreli Paul Bernays'ın birlikte yılları arasında yayınladıkları “Grundlagen der Mathematik” görülür. İşte matematiği temellendirmek için kurulan bu yeni mantık, İngiliz mantıkçıların aksine, başarı sağlamış ve yeni mantık çalışmaları bu yönde ve çeşitli yollarla gelişmiştir. Çok değerli mantık sistemleri de ilk olarak analitik felsefe ve matematiksel mantık üzerine çalışmaları olan Polonyalı Jan Lukasiewicz ve E. L. Post tarafından kurulmuştur. Hollandalı matematikçi ve mantıkçı Arend Heyting de çok değerli mantığı genişletmiştir. Bunların dışında Alman Hans Reichenbach olasılık kuramını geliştirerek bilim felsefesini olasılık mantığı üzerine temellendirir. ABD'li çağdaş mantıkçı ve filozof Willard Van Orman Quine empirizmin iki dogması olan analitik ve sentetik önermeleri eleştirerek geleneksel mantık yerine modern mantık çalışmalarına önem vermiştir. Alman asıllı ABD'li düşünür Rudolf Carnap ve Avusturya kökenli Britanyalı felsefeci Karl Popper, W. J. Bochenski Macar Yahudi asıllı ABD'li matematikçi ve bilgisayar bilimcisi John Von Neumann gibi düşünürlerde mantığa önemli katkılar sağlamışlardır. Ana hatlarıyla ortaya koyduğumuz yeni mantık temsilcileri daha çok metafizikçi, matematikçi ve fizikçilerdir.

TÜRKİYE'DE MODERN MANTIK ÇALIŞMALARI

Diğer yandan Türkiye'de mantık çalışmalarını genel olarak geleneğe bağlı mantık çalışmaları ve modern mantık araştırmaları şeklinde iki ana grupta toplayabiliriz. Geleneğe bağlı mantık çalışmalarını da yeni mantık hareketleri içerisinde ele alıyoruz. Çünkü Tanzimat'tan sonra, batıda meydana gelen modern mantık çalışmalarının Türk fikir hayatında görülmesine paralel olarak geleneksel mantık da yeni bir uyanış dönemine girmiştir. Batıda klasik mantığın yetersizliği gündeme gelince yeni mantık arayışları sonucunda modern mantık şekillenmeye başlarken, Türk fikir hayatında da bu modern mantığın karşısında geleneksel mantığın geliştiğini ve yaygınlık kazandığını görüyoruz. Bu konu Türk mantık hareketlerinin karakteristik bir yönüdür. Cumhuriyet Dönemi'nin ilk yıllarında Haşan Ali Yücel ve Tezer Ağaoğlu'nun 1929 yılında liseler için yazdıkları mantık ders kitaplarını görmekteyiz. 1930 ve 1932 yılları arasında Kerim Erim ve 1935 yılında Nusret Hızır yazdıkları ve çevirdikleri makalelerle ve aynı zamanda verdikleri modern mantık dersleri ile ülkemize modern mantığı tanıtmışlardır. Daha sonraları İkinci Dünya Savaşı sırasında ülkemize gelen Alman bilim adamlarından Hans Reichenbach, İstanbul Üniversitesinde verdiği lojistik derslerle Türkiye'deki modern mantık çalışmalarında yeni bir dönem açmıştır.

ÖNERMELER MANTIĞINA GİRİŞ

Mantığın Temel Kavramları Mantık Sıradan gündelik eylemlerimizden bilim ve felsefe gibi daha karmaşık ilgilere kadar her şey 'düşünme' ile ilgilidir. Mantıkta düşünme 'akıl yürütme', 'usa vurma', 'çıkarma', 'argüman', 'sonuç çıkarma', 'sonuca varma/ulaşma' vb. kavramlarla ifade edilir. Akıl yürütme ya da düşünmenin üç çeşidinden bahsedilebilir: tümdengelim (dedüksiyon), tümevarım (indüksiyon) ve benzeşim kurma (analoji). Tümdengelimsel akıl yürütme ya da dedüksiyon, genel olarak 'zihnin genelden özele işleyişi' olarak tanımlanır. 'Zihnin özelden genele işleyişi' olarak tanımlanan tümevarımda 'tek tek ya da tikel olgu, olay ya da durumlardan hareketle bunlar hakkında bir genellemede bulunma' söz konusudur. 'Zihnin özelden özele işleyişi' olarak tanımlanan analogide ise esas olan 'birbirine benzerliği bulunan olgu, olay ya da durumlardan biri için geçerli olan şeyi diğeri için de geçerli kılma çabası'dır. Mantık, geçerli akıl yürütme formlarının belirlenmesiyle ilgilidir. Klasik mantıkta da var olan bu formel yapı, modern mantık için çok daha önemlidir. Modern mantık klasik mantığın sembollerle sürdürülen devamıdır. Klasik mantığın yetersiz veya eksik kaldığı yerde, bu yetersizlik veya eksiklikleri tamamlamak üzere onun bir devamı olarak kurulan bir mantıktır. Modern mantığın klasik mantıktan farklı olan yönü, doğrudan denetleme sistemi olarak geliştirilmesi, içerikten çok forma önem vermesi ve sembolik dili kullanmasıdır. Modern mantığın farklılıkları büyük ölçüde sembolleştirmedeki tercihe dayanan iki ana bölümü vardır: Önergeler mantığı ve yüklem mantığı. Modern mantığın temeli önermeler mantığıdır. Modern mantığın amacı, doğru akıl yürütmeleri yanlış olanlardan ayıracak teknikler geliştirmektir. Bir araştırma/inceleme alanının anlaşılabilmesi için ona ait terminolojinin öğrenilmesi gerekir. Mantık, bazen bir bilim olarak bazen de felsefenin bir disiplini olarak görülse de, aslında mantık bütün bilgi alanlarının üstünde 'doğru düşünme' aracı olarak iş görür. Önerme, Doğruluk Değeri ve Çıkarımlar Mantığının en önemli iki kavramı önerme ve çıkarımdır. Önerme belli bir yorumlamada belli bir doğruluk değeri taşıyan ifadelerdir. Önergeler ya doğru olurlar ya da yanlış; buradaki doğru ve yanlış doğruluk değeri denir. Her önerme bir cümledir, ama her cümle bir önerme değildir. Çıkarma, verilen önermelerden bir sonuç çıkarmadır. Çıkarma Türleri Mantık dedüktif çıkarımlarla ilgilidir; ama her çıkarım dedüksiyon değildir. Yukarıda söylendiği gibi dedüksiyon, indüksiyon ve analogi olmak üzere üç akıl yürütme tarzı/biçimi vardır. Bu akıl yürütme biçimlerinden analogiyi hem mantıksal hem de bilimsel/olgusal geçerlilikten uzak olduğu için dışarda tutarsak, geriye iki akıl yürütme biçimi kalır. Dedüktif akıl yürütme ve indüktif akıl yürütme biçimi. Bu iki çıkarım arasında mantığın iki bölüme ayrılmasına neden olan önemli bir fark var. Modern Mantığın Dili Modern/sembolik mantık dilinin söz dağarcığı, önermeler mantığı için önerme sembolleri, önerme eklemleri ve parantezleri; yüklem mantığı için önermeler mantığının söz dağarcığına ilave olarak niceleyicileri (\square , \square), terim/ad sembollerini (a, b, c, ..vb), yüklem sembollerini (F, G, H, ... vb) ve işlev sembollerini (fa, agb, habc ifadelerinde geçen f, g, h sembolleri), değişkenleri (x, y, z, ..vb.); eşitlik mantığı için eşit işaretini (=); kiplik (modal) mantık için sırasıyla zorunlu ve mümkün işaretlerini (\square , \square); varlık mantığı için var işaretini (E!) içerir. Önerme Sembolleri Önergeler mantığı için önerme sembolleri, p, q, r, s, t, ...vb. küçük harfler ile veya A, B, C, P, Q, R gibi büyük harfler ile temsil edilir. Önerme sembolleri mantıksal değişkenlerdir, yani farklı yorumlamalarda farklı anlamlar alabilen deyimlerdir. Önerme Eklemleri İki basit veya bileşik önermeyi birbirine bağlayan ya da iki önermeyi birleştiren, basit önermelerden bileşik önerme kurmaya yarayan 'değil', 've', 'veya', 'ise', 'ancak ve ancak ... ise' gibi deyimlere önerme eklemleri denir. 'Değil' önerme eklemi \neg , 've' \wedge , 'veya' \vee , 'ise' \rightarrow , 'ancak ve ancak ... ise' \leftrightarrow işaretiyle sembolleştirilir. Önerme eklemleri her yorumlamada aynı anlamını koruyan ifadeler olduğu için mantıksal değişmez olarak tanımlanır. Parantezler Çoğu zaman, söylenen karmaşık ifadeleri açık kılmak için (), [], { } gibi işaretler kullanırız. Başka bir ifadeyle belirsizlikten kaçınmak ve anlamı açık kılmak için parantez kullanmak gerekir. Parantezler kullanılmazsa birçok önerme belirsiz kalır. Parantez kullanımında genel olarak şu üç parantez tercih edilir: () [] { }. Parantez kullanımında { [()] } sırası izlenir. Sembolleştirme Modern mantığın amaçlarından biri, günlük dil veya bilim diline ait çıkarımların mantıksal formunu açığa çıkarmaktır. Bunun için günlük dil ya da bilim diline ait önermelerde, mantık değişmezleri dışında kalan deyimler yerine tercih edilecek bir notasyonla - yani belirlenmiş bir işaret dili- semboller konulur. Bu yerine koyma işlemine sembolleştirme denir. Sembolleştirme, belli bir doğruluk değeri taşıyan günlük dil veya bilim diline ait önermelerin yerine p, q, r, s, t, ... vb. önerme sembollerinin konulması işlemidir. Mantık, bazen bir bilim olarak bazen de

felsefenin bir disiplini olarak görölse de, aslında mantık bütün bilgi alanlarının üstünde 'doğru düşünme' aracı olarak iş görür. Farklı mantık sistemlerinin kendilerine özgü mantık değişmezlerinin ve sembolleştirme biçimlerinin olduğunu unutmayalım. Yorumlama Yorumlama, (belli bir doğruluk değeri taşımayan) sembolik bir önermede geçen önerme sembolleri yerine belli bir doğruluk değeri taşıyan günlük dil veya bilim diline ait önermelerin konulması işlemidir. Yorumlama işlemi sembolleştirme işleminin tersidir. Yorumlama keyfi olarak değil, seçilecek bir yorumlama biçimine göre yapılır. p ile q gibi iki basit sembolik önermeyi yorumlamak istediğimizde yapacağımız ilk iş, bu sembolik basit önermeler yerine koyacağımız günlük dil veya bilim diline ait önermelerin neler olduğunu belirtmek olmalıdır. Buna yorumlama biçimi denir. Bir önermeye doğru değerini veren yorumlamaya, doğru/doğrulayıcı yorumlama; yanlış değerini veren yorumlamaya da yanlış/yanlışlayıcı yorumlama denir. Önermeler Mantığı Önermeler mantığı, en genel anlamda mantığın 'önermeleri inceleyen' bölümü olarak tanımlanabilir. Modern mantığın bir bölümü olarak önermeler mantığı, 'önerme eklemlerinin incelendiği, dolayısıyla bileşik önermelerin yapısının incelendiği, bileşik önermelerin basit önermelerden hareketle nasıl kurulduklarının ele alındığı mantıktır.

ÖNERME EKLEMLERİ VE DOĞRULUK ÇİZELGELERİ

Modern/sembolik mantığın amacı, sembolik dil yardımıyla, önermelerin, özellikle de çıkarımların formal yapılarını açığa çıkararak matematiksel kesinlik ve açıklığa benzer bir denetleme sistemi geliştirmektir. Önermeler mantığının modern/sembolik mantık için en temel mantık sistemi olduğunu belirtelim. Önermeler mantığı, temel mantığın önerme eklemlerini inceleyen veya bileşik önermelerin basit önermelerden nasıl kurulduklarını ele alan bölümüdür. Önermeler mantığı, temel mantığın önerme eklemlerini inceleyen veya bileşik önermelerin basit önermelerden nasıl kurulduklarını ele alan bölümüdür. Önermeler mantığında basit önermelerin içyapısı incelenmez. Bu inceleme yüklem mantığının işidir. Sembolleştirme ve Önerme Eklemleri Sembolleştirme Önermeler mantığında önermeler, tercihe bağlı olarak A, B, C, ... vb. büyük ya da p, q, r, s, ... vb. küçük harflerle kısaltılabilir veya sembolleştirilebilir (Biz p, q, r, s, ... vb. küçük harfleri tercih edeceğiz). Tercih edilen kısaltma/sembolleştirme biçimine göre önermeleri kısaltmada/sembolleştirmede kullandığımız A, B, C, gibi büyük harflere veya p, q, r, s, ... vb. küçük harflere önerme sembolü denir. 'Dede Korkut bilgedir.' ile 'Yunus Emre filozoftur.' basit önermelerini ayrı ayrı sembolleştirmeliyiz. Bunun için bir sembolleştirme biçimi denilen bir sembol belirleme işlemine ihtiyaç duyarız. Bu sembol belirleme işlemine, yani basit önermeler yerine belirlenecek önerme sembollerinin belirlenmesi işlemine sembolleştirme biçimi denir. [Dede Korkut bilgedir: p; Yunus Emre filozoftur: q] sembolleştirme biçimine göre önerme $p \sqcap q$ biçiminde sembolleştirilir. 'Ali derste değilse kütüphanededir.' önermesini de [Ali derstedir: p; Ali kütüphanededir: q] sembolleştirme biçimine göre $\sqcap p \sqcap q$ biçiminde sembolleştiririz. Önerme Eklemleri Bir ya da birden çok basit önermeden bir bileşik önerme kurmaya yarayan "... değil", "... ve ...", "... veya ...", "... ise ...", "... ancak ve ancak ... ise" vb. deyimlere önerme eklemi denir. Bir veya birden çok önermeden önerme eklemleri kullanılarak kurulan önermelere bileşik önerme; bu şekilde kurulu olmayan önermelere basit önerme (atomik önerme veya temel önerme) denir. Temel önerme eklemlerinden, "değil" önerme eklenin sembolü, \sqcap ; tümel evetleme eklenin sembolü \sqcup ; tikel evetleme eklenin sembolü, \sqcap ; şart/koşul eklenin sembolü, \sqsupset ; karşılıklı şart/koşul eklenin sembolü, \sqsupseteq olarak belirlenmiştir. Önerme eklemlerinin her birinin kullanımı 'doğruluk-fonksiyonlu'dur; yani bileşik önermelerin doğruluk değeri -doğru ya da yanlış olmaları- bileşik önermelerin kurulduğu önermelerin doğruluk değerlerinden çok içinde geçen önerme eklemine bağlı olarak belirlenir. Genel olarak 'A' herhangi bir önerme olduğunda 'A'nın değillemesi, $\sqcap A$ 'dır. Bir değilleme önermesinin doğruluk değeri, 'esas önermenin doğruluk değerinin tersidir.' Genel olarak 'A' ile 'B' iki basit önerme olduklarında A ile B önermelerinin tümel evetlemesi $A \sqcup B$ 'dir. $p \sqcap q$ gibi bir tümel evetleme önermesinin doğruluğu, tümel evetleme eklenin anlamı gereğince, bileşik önermenin tüm (basit) bileşenlerinin doğru olmasına bağlıdır. Genel olarak 'A' ile 'B' iki basit önerme olduklarında A ile B önermelerinin tikel evetlemesi $A \sqcap B$ 'dir. Bir tikel evetleme önermesinin doğru olması, önermenin bileşenlerinden en az birinin doğru olmasına bağlıdır. Genel olarak 'A' ile 'B' iki basit önerme olduklarında A ve B önermeleri ile kurulacak şartlı önerme $A \sqsupset B$ 'dir. Bir şartlı önerme 'ön bileşenin doğru, art bileşenin yanlış olması' durumunda yanlış, diğer durumlarda doğru olur. Genel olarak 'A' ile 'B' iki basit önerme olduklarında A ve B önermeleri ile kurulacak karşılıklı şartlı önerme $A \sqsupseteq B$ 'dir. Bir karşılıklı şartlı önerme 'her iki bileşeni aynı doğruluk değerine sahip ise doğru; farklı doğruluk değerlerine sahiplerse yanlış olur. Bir bileşik önermenin doğruluk değerinin bulunabilmesi için, önermenin her basit bileşeninin ya yorumlanmış olması ya da sembolik önermedeki her önerme sembolüne bir doğruluk değeri ataması yapılması gerekir. p gibi basit bir sembolik önerme iki doğruluk değeri alabilir: ya D ya da Y. $p \sqcap q$ gibi bileşik bir önermenin birlikte alabilecekleri muhtemel doğruluk değerleri sayısı dört (4)tür. Sonlu sayıda önerme sembolünün sonlu sayıda değerlemeleri olur. Bir bileşik önermenin muhtemel doğruluk değerleri sayısı, bileşik önerme içinde geçen basit önerme sembollerinin sayısına göre belirlenir. Doğruluk Değeri Analizi Bileşik önermelerin bileşenlerine ayrılması işlemine dayanan doğruluk değeri analizi, verilen bir bileşik önermenin içinde geçen önerme sembollerinin bütün değerlemeleri için aldığı doğruluk değerlerinin belirlenmesi işlemidir. Bunun için şöyle bir yol izlenir: verilen bileşik önerme en karmaşık hâlden -ki bileşik önermenin kendisidir- en basit hâle -ki bileşik önerme içinde geçen basit önerme sembolleridir- bileşenlerine ayrılır. Doğruluk değeri hesaplaması için bu bileşenler basitten karmaşık olana doğru bir çizelge biçiminde yazılır. Bileşik önermenin doğruluk değeri, her bir değerlemenin karşılığında çizelgedeki ait olduğu yere yazılır. Böylece verilen bileşik önermenin hem doğruluk değeri analizi

yapılmış hem de her bir değerlendirme için alabileceği muhtemel doğruluk değerleri belirlenmiş olur. Bileşik Önermelerin Doğruluk Değerlerinin Hesaplanması Bileşik önermelerin doğruluk değerinin hesaplanabilmesi/belirlenebilmesi için içinde geçen önerme eklemelerinin ve bileşenlerinin bilinmesi, dahası hangi önerme eklemesinin belirleyici olduğunun bilinmesi gerekir. Bir bileşik önermenin ana bileşeni veya ana bileşenlerini etkisi altında bulunduran önerme eklemesine ana eklem denir. Ana eklem etkilediği bileşenler ise bileşik önermenin ana bileşeni ya da bileşenleridir. Buna göre bir değilleme önermesinin ana eklemi '□'; bir tümel evetleme eklemesinin □; tikel evetleme önermesinin □; şart önermesinin □; karşılıklı şart önermesinin □'dir. (□p□q) önermesinin ana eklemi □, bileşenleri □p ile q önermeleridir. Doğruluk Çizelgelerinin Kurulması p□(q□r) önermesinin doğruluk değeri analizini yapalım ve doğruluk çizelgesini kuralım. Tabloyu kurarken önermelerin alacağı doğruluk değeri sayısı 2n formülü ile bulunur. p□(q□r) (en karmaşık hâli/önermenin kendisi) önermenin ana eklemi '□' önerme eklemidir. Buna dayanarak; Önermemiz 'p' ile 'q□r' bileşenlerine ayrılır. p bileşeni, bileşeni olmayan basit bir bileşen durumundadır. Ama 'q□r' bileşeni iki bileşenli bir tikel evetleme önermesidir. Bileşenleri de q ile r önerme sembolleridir.

UZUN ÖZET ÖNERMELER MANTIĞINDA DENETLEME

Önergeler Mantığında Denetleme (Hardegree, 2009) (Çüçen, 2012) (Grünberg, 2000) (Teo Grünberg) Denetleme genel olarak eldeki verilerden beklenen sonucun çıkıp çıkmadığının araştırılmasıdır. Başka bir ifadeyle önergelerin ve çıkarımların geçerli olup olmadıklarının belirleme, bir karar verme işidir. Önergeler mantığında kullanılan üç denetleme yöntemi vardır: doğruluk çizelgesi/tablosu yöntemi, çözümleyici çizelge yöntemi, türetme/türetim yöntemi. Önergeler mantığında denetleme yöntemi olarak her üç yöntem de yaygın olarak kullanılmaktadır. Her üç yöntemin üstünlükleri yanında eksiklikleri de vardır. Denetleme yöntemi, denetlemedeki üstünlük ve eksikliklerine göre tercih edilir. Ancak tüm eksikliklerine rağmen doğruluk çizelgesi/tablosu yöntemi ile çözümleyici çizelge yönteminin daha fazla işlevli olduğu görülür. Bu yolla önergeler için tutarlılık, tutarsızlık; geçerlilik, geçersizlik; eş değerlik; çıkarımlar için geçerlilik, geçersizlik; bir önerme dizisi için birlikte tutarlılık, tutarsızlık denetlemeleri yapılabilirken; türetme/türetim yöntemi ile sadece geçerli çıkarımların geçerliliği gösterilir. Aslında türetme/türetim yöntemi için bir ispat yöntemi demek de mümkündür. Bu yolla önergelerin geçersizliği anlaşılabilir, ama gösterilemez. Bu yüzden burada türetme/türetim yöntemi ile denetleme konusuna girmeyeceğiz. Sadece ilk iki karar verme/denetleme yöntemlerini tanıtacağız. Önergeler mantığında bir önermenin içinde geçen bütün önerme sembollerinin belli bir değerlemesine o önermenin yorumlaması veya bir yorumu denir. Buna göre: İçinde geçen önerme sembollerinin en az bir değerlemesi/yorumlaması doğru (D) olan önermeye tutarlı önerme; içinde geçen önerme sembollerinin bütün değerlemeleri/yorumlamaları için yanlış (Y) değerini alan önermeye tutarsız önerme denir. Bir önerme dizisinin/kümesinin, birlikte (bir arada/aynı anda) tutarlı olması, bu önergeleri veya diziyi aynı anda doğru kılan bir değerlemenin/yorumlamanın bulunması demektir. İçinde geçen önerme sembollerinin bütün değerlemeleri/yorumlamaları doğru olan önermeye geçerli önerme; içinde geçen önerme sembollerinin en az bir değerlemesi/yorumlaması yanlış olan önermeye geçersiz önerme denir. İçinde geçen önerme sembollerinin bütün değerlemeleri/yorumlamaları doğru (D) olan önermeye geçerli önerme; içinde geçen önerme sembollerinin en az bir değerlemesi/yorumlaması yanlış (Y) olan önermeye geçersiz önerme denir. İçinde geçen önerme sembollerinin bütün değerlemeleri/yorumlamaları için aynı doğruluk değerini alan iki önermeye eş değer önerme denir. Karma Doğruluk Çizelgesi Yöntemi ile Denetleme Önerme veya çıkarımları bu yönleriyle inceleyen denetleme veya karar verme araçlarından biri ortak/karma doğruluk çizelgesi yöntemidir. Önergeler için önergelerin tutarlı olup olmadığına, geçerli olup olmadığına veya eş değer olup olmadığına; bir önerme dizisinin/kümesinin birlikte tutarlı olup olmadıklarına karar verme süreci; birden fazla önerme dizileri için (birlikte) tutarlı olup olmadıklarına karar verme sürecidir. Çıkarımlar için çıkarımların geçerli olup olmadıklarına veya bir çıkarımın sonucunun öncüllerinden zorunlu olarak çıkıp çıkmadığına, bir çıkarımın öncül önergeleri doğru iken sonucunu yanlış kılan bir değerlemenin bulunup bulunmadığına karar verme sürecidir. Önerme veya çıkarımları bu yönleriyle inceleyen denetleme veya karar verme araçlarından biri ortak/karma doğruluk çizelgesi yöntemidir. Geçerli önergelerin ortak/karma doğruluk çizelgesinin son sütununda hep D bulunur. Geçersiz önergelerin ortak/karma doğruluk çizelgesinin son sütununda en az bir Y bulunur. Tutarlı önergelerin ortak/karma doğruluk çizelgesinin son sütununda en az bir D, geçersiz önergelerin ortak/karma doğruluk çizelgesinin son sütununda en az bir Y bulunur. Eş değer önergelerin ortak/karma doğruluk çizelgesinde önergeler her değerlendirme/yorumlama için aynı doğruluk değerini alırlar. Tutarsız önergelerin ortak/karma doğruluk çizelgesinin son sütununda hep Y bulunur. Birlikte tutarlı olan önergelerin ortak/karma doğruluk çizelgesinde önergeler aynı değerlemede birlikte doğru olurlar. Çıkarımı denetlerken çıkarımın yanlışlayıcı bir değerlemeye sahip olup olmadığını araştırmamız gerekir. Böyle bir değerlendirme varsa çıkarım geçersiz olur; yoksa geçerlidir. Çıkarımın doğruluk çizelgesi, çıkarımda geçen önerme sembolleriyle çıkarımın öncül önergeleri ile sonuç önermesinin aldıkları doğruluk değerlerinin belirlendiği ortak doğruluk çizelgesidir. Çıkarımları karma doğruluk çizelgesiyle denetlerken öncül önergelerinin birlikte doğru (D) değerini aldıkları değerlemeler/satırlar tespit edilip bu değerlemelerde/satırlarda sonuç önermesinin yanlış değerini alıp almadığına bakılır. Sonuç önermesi D ise çıkarım geçerli; Y ise çıkarım geçersiz olur. Öncül ya da öncül önergeleri doğru iken sonucunu yanlış kılan bir değerlemeye sahip olmayan çıkarıma geçerli çıkarım denir. Önergeler Mantığı Yasaları Mantık birtakım kurallara dayanır ve doğru düşünmenin kurallarını bu kurallar çerçevesinde oluşturur. Klasik mantığın özdeşlik, çelişmezlik, üçüncü hâlin imkânsızlığı ve

yeterli neden ilkesi olmak üzere dört temel mantık yasasına dayandığını ve bu çerçevede kurallar belirlediğini biliyoruz. Modern mantık bu temel düşünme/mantık yasalarına yenilerini eklemiş ve sayılarını arttırmıştır. Bu gün için bunların bir dökümünü yapmak neredeyse imkânsızdır. Önermeler mantığı için bu yasalar genel olarak totoloji ve eş değerkliklerden oluşur. Aşağıda bu kurallardan bazıları açıklanacaktır. Burada bu kuralları açıklarken p, q, r gibi önerme sembolleri ile \neg , \wedge , \vee , \rightarrow , \leftrightarrow önerme eklemeleri kullanılacaktır. Beş temel önerme eklemesinin ikisi türünden tanımlanmasına başka bir ifadeyle bir önermenin ana eklemesini eleyerek eş değeri olan başka bir önermeye dönüştürme işlemine önerme eklemelerinin indirge(n)mesi denir. Bu indirgeme yukarıdaki açıklamalara göre ya \neg ile \neg 'ye, ya \neg ile \neg 'ya, ya da \neg ile \neg 'ye indirgeme olabilir.

ÖNERMELER MANTIĞINDA DENETLEME

Çözümleyici Çizelge Yöntemi Çözümleyici çizelge; önermeler mantığının dışında, yüklemeler mantığında da başarılı bir biçimde kullanıldığı için doğruluk tablosundan daha kullanışlı ve daha kolay bir denetleme yöntemidir. Doğru uygulandığında yanılmaz bir yöntem olmakla birlikte birçok durumda, özellikle önerme sayıları artınca sıkıcı olabilen bir yöntemdir. Doğruluk tablosu önerme sayısı arttıkça uzun ve karmaşık olurken, çözümleyici çizelgede böyle bir problem çıkmamaktadır. Bu, doğruluk çizelgesi/tablosu yönteminin pratik olmadığını göstermekle kalmaz, uygulamada yanlışlıklara da neden olur. Doğruluk tablosu yönteminin bir başka eksikliği de, akıl yürütme açısından fazla bir şey gerektirmemesidir. Bu yöntem basit bir talimatlar dizisini mekanik olarak takip etmekten ibarettir. Çözümleyici çizelge yöntemi, önerme ve çıkarımların denetlenmesine imkân sağlayan başka bir denetleme/karar verme yöntemidir. Bu yöntem doğruluk çizelgesi yönteminden farklı olarak sembolik bir akıl yürütme becerisi sağlar. Dahası tabloları doldurmaktan daha fazla düşünmeyi gerektirir. Ancak doğruluk çizelgesi yöntemi ile aynı tabloda birden fazla işlem -tutarlılık, geçerlilik, eş değerlik, birlikte tutarlılık- yapılabilirken çözümleyici çizelgede tutarlılık ve geçerlilik denetlemeleri ayrı ayrı yapılmak zorundadır. Çözümleyici Çizelge Kuralları Çözümleyici çizelge yöntemi, doğruluk tablosuna dayanarak geliştirilmiş bir denetleme yöntemidir. Çözümleyici çizelge kuralları tüm bileşik önermeler için bileşik önermelerin doğruluk tablosunda aldıkları doğru yorumlara göre belirlenir. Çözümleyici çizelgenin bütün bileşik önermeler için iki temel çözümleme kuralı vardır. Bunlardan biri alt alta yazma ya da tümel evetleme ve tümel evetlemeye dönüşen önermelerin çözümleme kuralı, diğeri çatal açma ya da tikel evetleme ve tikel evetlemeye dönüşen önermelerin çözümleme kuralı. Buna göre tümel evetleme ve tümel evetlemeye dönüşen önermeler çözümleyici çizelgenin alt alta yazma çözümleme kuralına göre; tikel evetleme ve tikel evetlemeye dönüşen önermeler çözümleyici çizelgenin çatal açma kuralına göre çözümlenerek –yani bileşenlerine ayrılarak- denetlenir. Çözümleyici çizelgenin, genel olarak tüm mantık kurallarına ilave olarak dört bileşik önerme olan tümel evetleme, tikel evetleme, koşul ve karşılıklı koşul önermeleriyle birlikte bunların değillerinin kuralları olmak üzere sekiz çözümleme kuralı vardır. Çözümleyici çizelge yöntemi ile denetlemede öncelik sırası, tümel evetleme ve tümel evetlemeye dönüşebilen önermelerdedir. Tikel evetleme ve tikel evetlemeye dönüşebilen önermeler tümel evetleme ve tümel evetlemeye dönüşebilen önermelerden sonra çözümlenir. Üçü alt alta yazılarak; beşi çatal açılarak çözümlenen bu sekiz önermeye ilişkin çözümleme kısaca aşağıdaki gibi gösterilebilir: Alt alta yazma kuralına göre çözümlenen temel önermeler şunlardır: • $p \sqcap q$ • $\sqcap(p \sqcap q)$ • $\sqcap(p \sqcap q)$ 1) $1 p \sqcap q$ (önerme) 2) $1 \sqcap(p \sqcap q)$ (önerme) 3) $1 \sqcap(p \sqcap q)$ (önerme) $p \sqcap p$ 1) $1 q \sqcap q$ Çatal açma kuralına göre çözümlenen temel önermeler şunlardır: • $p \sqcap q$ • $\sqcap(p \sqcap q)$ • $p \sqcap q$ • $p \sqcap q$ • $\sqcap(p \sqcap q)$ 1) $1 p \sqcap q$ (önerme) 2) $1 \sqcap(p \sqcap q)$ (önerme) 3) $1 p \sqcap q$ (önerme) 1) $1 P q p q$ $\sqcap p q$ 4) $1 p \sqcap q$ (Önerme) 5) $1 \sqcap(p \sqcap q)$ (Önerme) 1) $1 p \sqcap p \sqcap p q \sqcap q$ Çözümleyici Çizelge ile Denetleme Bileşik önermeleri bileşenlerine ayırma esasına dayanan çözümleyici çizelge yöntemi ile önermeler için tutarlılık, eş değerlilik ve geçerlilik; çıkarımlar için ise geçerlilik denetlemesi yapılır. Çözümleyici çizelge yöntemi ile önermelerin ve çıkarımların tutarlılık, geçerlilik ve eş değerlilik denetlemesi yapılır. Önergelerin Denetlenmesi Tutarlılık denetlemesi Çözümleyici çizelgesinde en az bir açık yolu bulunan önerme tutarlıdır. Birden çok önermenin/bir önerme kümesinin /dizisinin ortak çözümleyici çizelgesinde en az bir açık yol bulunması bu önermelerin aynı anda tutarlı olduğunu gösterir. Çözümleyici çizelgesinde açık yol bulunmayan önerme tutarsızdır. Geçerlilik denetlemesi Önergelerin geçerli olup olmadığını denetlemek için önermenin değilinin çözümleyici çizelgesi kurulur. Değilinin çözümleyici çizelgesi tutarlı olan bir önerme geçersiz, tutarsız olan bir önerme geçerlidir. Bir önermenin değilinin çözümleyici çizelgesindeki her açık yol, başlangıç önermesinin yanlış bir yorumunu/değerlemesini belirler; (en az bir) yanlış yorumu/değerlemesi olan önerme ise geçersizdir. Değilinin çözümleyici çizelgesinde açık yol bulunmayan önerme geçerlidir. Eş değerlik denetlemesi Eş değerliği denetlenecek olan iki önerme, karşılıklı şartlı/koşullu bir önerme olarak yazılır. Bu önermeye eş değerliğin önerme olarak karşılığı denir. Eş değerliğin önerme olarak karşılığı olan önerme geçerli ise önermeler eş değerlidir. Çıkarımların denetlenmesi Çıkarımlar bir dizi önermeden kuruludur. Bu dizideki önermelerin birlikte tutarlı olması bu çıkarımın geçerli olduğunu gösterir. Ancak bu denetlemeyi daha teknik bir yolla yapmak mümkündür. Buna göre bir çıkarımın geçerliliğini denetlemek için (ilk önce) çıkarımın öncül ya da öncülleri ile çıkarımın sonuç önermesinin değilini alt

alta yazmak ve önermeleri çözümlmek gerekir. Denetleme sonunda çıkarımın çözümlleyici çizelgesinde açık yol varsa, ki bu çıkarımın yanlış bir yorumunu/değerlemesini belirler, çıkarım geçersizdir. Çözümlleyici çizelgesinde açık yol bulunmayan çıkarım geçerlidir. Çıkarımın çözümlleyici çizelgesini kurarken sırayla şu adımları takip ederiz: • Çıkarımın öncül ya da öncülleri ile sonuç önermesinin değili alt alta yazılır. Öncül önermeleri ile sonuç önermesini ayırmak için önermelerin sonlarına öncül önermesi için (Ö), sonuç önermesi için (Sn.) yazılır.

- Çözümlleyici çizelgenin iki temel kuralı ile önermelere ait çözümlleme kuralları aynen uygulanır.
- Çözümlleyici çizelgenin çözümlmede 'öncelik' kuralı gözetilerek çözümlenebilecek bütün önermeler çözümlenir.
- Çözümlenmemiş/numaralandırılmamış çözümlenebilecek önerme yoksa, çizelgede açık yol bulunup bulunmadığına bakılır: Açık yol yoksa çıkarımın geçerli olduğuna; en az bir açık yol varsa çıkarımın geçersiz olduğuna karar verilir.

DOĞRULUK FONKSİYONU MANTIĞININ YETERSİZLİĞİ YA DA NİÇİN NİCELEME MANTIĞI?

Niceleme mantığı, doğruluk fonksiyonu mantığının yetersizliği sonucu geliştirilen bir mantık sistemidir. Niceleme mantığı (yüklemler mantığı) da doğruluk fonksiyonu mantığı (önergeler mantığı) gibi iki değerli mantıktır. Ancak doğruluk fonksiyonu mantığı önergeleri nitelik yönünden ele alır, önergelerin niceliğini göstermede yetersizdir. Önergeler mantığı bir önermeyi birçok amaç için yeterli ayrıntıda analiz edebilme sistemine sahip değildir. Bu yüzden günlük dildeki terimleri, yüklemeleri ve niceleyicileri büyük ölçüde sembolize edemez. Önergeler mantığının önergelerin iç yapısını, niceliğini ifade etmedeki yetersizliğinden dolayı yeni bir mantık sistemine ihtiyaç duyulmuştur. Bu ihtiyacın bir sonucu olarak da niceleme mantığı geliştirilmiştir.

NİCELEME MANTIĞININ TANIMI VE KAPSAMI

Niceleme mantığı, önergeler mantığı değişmezlerine, “her” (bütün) anlamına gelen tümel niceleme sembolü ile (\square), “bazı” (en az bir) anlamına gelen tikel niceleme sembolünü (\square) katmakla elde edilen genişletilmiş mantık sistemidir. Niceleme mantığının önergeleri olan basit önergeler, özne-yüklem ilişkisine dayandıkları için niceleme mantığına yüklem mantığı da denir. Niceleme mantığı, önergeler mantığından daha kapsamlı olduğundan, önergeler mantığında geçerli olan tüm çıkarımlar niceleme mantığında da geçerlidir. Buna karşılık niceleme mantığında geçerli olan çıkarımlar, önergeler mantığında geçerli değildir. Niceleme mantığında, önermenin yüklemi tek bir özneye aitse birli yüklem, iki özneye aitse ikili yüklem, üç özneye aitse üçlü yüklem, n sayıda özneye aitse n’li yüklem adını alır. Örneğin; Ahmet canlıdır. → Birli yüklem → “Fa” biçiminde sembolleştirilir. Ahmet ve Zeynep kardeşlerdir. → Birli yüklem → “Fab” biçiminde sembolleştirilir.

NİCELEME MANTIĞINDA TEMEL TANIMLAR VE SEMBOLLEŞTİRME

Niceleme Mantığında Temel Tanımlar Tekil önerme ve genel önerme Tekil önerme, tek bir özneye belli bir yüklemde bulunan önermedir. Örneğin, “Ali çalışmaktadır.” Genel önerme, içerisinde niceleyici geçen önermedir. Örneğin, “Bazı insanlar öğretmendir.” Açık önerme ve kapalı önerme Açık önerme, içinde değişken geçen ve kendisi bir doğruluk değeri taşımayan, ama değişken yerine belirli bir terim konulduğunda doğru veya yanlış olabilen, yani bir önerme hâline dönüşen ifadedir. Örneğin, “X başarılıdır.” önermesinde, “x”in yerine “Ahmet” terimi konulursa, önerme “Ahmet başarılıdır.” hâlini alır ve bir doğruluk değerine sahip olmuş olur. Kapalı önerme ise, içinde hiçbir bağımsız değişken geçmeyen tam deyim veya önermedir. Başka bir deyişle kapalı önerme, belli bir doğruluk değeri taşıyan veya belli bir doğruluk değeri almış olan önerme, yani açık olmayan önergelerdir. Örneğin, “Zeynep çalışmaktadır.” önermesi kapalı önermedir. Çünkü içerisinde hiçbir değişken geçmemektedir. Ad ve yüklem apaçıktır, herhangi bir şekilde yorumlamaya açık değildir. Ancak kapalı önermede ad veya yüklem her zaman anlamlı değildir, bazen anlamlı olmayabilir. Ad sembolü ve yüklem sembolü Ad sembolü, bir önermede özneyi temsil eden dil değişkenidir. Yani herhangi bir önermede özneyi temsil etmek için ona verilen a, b, c, d gibi sembollerdir. Yüklem sembolü, bir önermede yüklemi temsil eden dil değişkenidir. Yani herhangi bir önermede yüklemi temsil etmek için ona verilen F, G, H gibi sembollerdir. Evren, özelleme, gerçekleştirme ve açılım Evren, bir değişkenin alabileceği tüm değerlerin kümesidir. Evren, niceleme mantığında “E: {...}” şeklinde gösterilir. Özelleme, evrende bulunan değerlerin değişkenin yerine konulmasıdır. Böyle elde edilen önermeye de “özelleme önermesi” denir. Gerçekleştirme, evrene ait değerlerden birinin veya birden fazlasının özelleme önermesini doğru kılması hâlidir. Açılım, verilen sonlu evrene göre önermenin özellemesinin yapılmasıdır. Bir açık önermede, evrendeki her değer için bir özelleme elde edilir. Bu özellemenin toplamı açılımdır. Örneğin, “ $x - 8 = 0$ ” önermesi açık önermedir. Bu önermede “x” değişkendir. Bu açık önermede “x”in yerine konulabilecek “2, 5, 8” sayılarının her biri o değişkenin değerleri, evren ise E: {2, 5, 8} olacaktır. Bu evrende “x”in yerine konulan her değer bir özelleme önermesi oluşturacaktır. Sembolleştirme Tekil önergelerin sembolleştirilmesi Tekil önerme, niceleme sembolü taşımayan önergelerdir. Basit önergelerin sembolleştirilmesi Basit önergeleri sembolleştirirken ad sembolleri olarak “a, b, c, d”; yüklem sembolleri olarak “F, G, H” kullanılır. Bileşik önergelerin sembolleştirilmesi Bileşik önergeler sembolleştirilirken önce önerme eklemeleri tespit edilir. Daha sonra basit önergelerin sembolleştirilmesinde olduğu gibi ad sembolleri olarak “a, b, c, d, ...” gibi küçük harfler; yüklem sembolleri olarak da “F, G, H, ...” gibi büyük harfler kullanılarak sembolleştirme yapılır. Açık önergelerin sembolleştirilmesi Açık önergeler sembolleştirilirken öncelikle değişkenler (x, y, z gibi)

olduğu gibi bırakılır. Sonra önerme içinde geçen nicelemeler ve önerme eklemleri tespit edilir. Daha sonra da basit ve bileşik önermelerin sembolleştirilmesinde olduğu gibi ad sembolleri olarak “a, b, c, d, ...” gibi; yüklem sembolleri olarak da “F, G, H, ...” gibi semboller kullanılarak sembolleştirme yapılır. Ancak önerme niceleme açılımıyla verilmemişse öncelikle niceleme mantığındaki açılım biçimine göre yeniden yazılarak sembolleştirilmesinin yapılmasına dikkat edilmelidir. Çıkarımların sembolleştirilmesi Niceleme mantığında çıkarımlar da bileşik ve açık önermelerin sembolleştirilmesinde olduğu gibi sembolleştirilir. Önce varsa nicelemeler ve önerme eklemleri tespit edilir, sonra adlar ve yüklemeler tespit edilir. Adlar için “a, b, c, ...” gibi küçük harfler, yüklemeler için ise “F, G, H, ...” gibi büyük harf sembolleriyle sembolleştirilerek çıkarım sembolleştirilir. Ancak açık önermelerin sembolleştirilmesinde de olduğu gibi eğer önerme niceleme açılımıyla verilmemişse öncelikle niceleme mantığındaki açılım biçimine göre yeniden yazılarak sembolleştirilmesi yapılmalıdır. Genel önermelerin sembolleştirilmesi Genel önerme, içerisinde niceleyici geçen önermelerdir. Tümel niceleyici (\forall) ve tikel niceleyici (\exists) olmak üzere iki tür niceleyici vardır. Genel önermeler, açık önermelerin ve çıkarımların sembolleştirilmesinde olduğu gibi sembolleştirilir. Verilen önermede önce nicelemeler ve önerme eklemleri tespit edilir, sonra adlar ve yüklemeler, ad (a, b, c, ...) ve yüklem (F, G, H, ...) işaretleriyle sembolleştirilir. Ancak açık önermelerin ve çıkarımların sembolleştirilmesinde de olduğu gibi eğer önerme niceleme açılımıyla verilmemişse öncelikle niceleme mantığındaki açılım biçimine göre yeniden yazılarak sembolleştirilmesinin yapılması gerekiyor. Aksi hâlde sembolleştirme yanlış yapılmış olur. Bu kurallar öncelik ve sonralık ilişkisine göre uygulanarak genel önermelerin sembolleştirilmesi yapılmış olur.

NİCELEME MANTIĞINDA DOĞRULUK DEĞERİ HESABI

Tümel Önermelerin Doğruluk Hesabı $\square xFx$ formundaki bir tümel önermenin doğruluğunu hesaplayabilmek için önce önermenin verilen evrene göre açılımı, yani özellemesi yapılır. Sonra özellemesi yapılan önermeler tümel evetleme eklemiyle (\wedge) birbirine bağlanarak bileşik tümel evetleme önermesi oluşturulur. Daha sonra bu yeni önermenin doğruluk değeri doğruluk tablosundan hareketle hesaplanır. Yapılan hesaplama göre eğer tüm özellemeler doğru ise tümel nicleme önermesi de doğrudur. En az bir yanlışlayıcı değer var ise tümel nicleme önermesi yanlıştır. Buna göre " $\square xFx$ " gibi bir tümel önermesinin bütün özellemelerinin doğru olması demek, tüm bu özellemelerinin tümel evetleme eklemiyle (\wedge) birleştirilebilir olması demektir. Örneğin, $\square \square x(x$ filozoftur.) önermesinin "E: {Sokrates, Platon, Kant}" evrenindeki açılımını yaparak doğruluk değerini hesaplayınız. Çözüm: Bu ve buna benzer soruları çözebilmek için aşağıdaki işlem akışı takip edilmelidir. Birinci aşamada soruda verilenler tespit edilir ve eksiksiz olarak yazılır. $\square x(x$ filozoftur.) E: {Sokrates, Platon, Kant} İkinci aşamada verilen tümel nicleyici önermenin doğruluk değerini hesaplama önce sembolleştirilmesi yapılır. $\square xFx$ x E: {a, b, c} Üçüncü aşamada verilen evrene göre sembolleştirilmesi ve açılımı (özellemesi) yapılan önermeler tümel evetleme eklemiyle (\wedge) birbirine bağlanarak bileşik tümel evetleme önermesi oluşturulur. Sokrates filozoftur. \wedge Platon filozoftur. \wedge Kant filozoftur. Fa Fb Fc Dördüncü aşamada ise oluşturulmuş olan bu yeni tümel evetleme önermesinin doğruluk değeri doğruluk tablosundan hareketle hesaplanır. Sokrates filozoftur. \wedge Platon filozoftur. \wedge Kant filozoftur. Fa Fb Fc Fa \wedge Fb \wedge Fc D \wedge D \wedge D D Verilen evrenin önermede hepsinin birden doğrulayıcı yorumlaması vardır. Tikel Önermelerin Doğruluk Hesabı $\square x xFx$ formundaki bir tikel önermenin doğruluğunu hesaplayabilmek için önce önermenin verilen evrene göre açılımı, yani özellemesi yapılır. Sonra özellemesi yapılan önermeler tikel evetleme eklemiyle (\vee) birbirine bağlanarak bileşik tikel evetleme önermesi oluşturulur. Daha sonra da bu yeni önermenin doğruluk değeri doğruluk tablosundan hareketle hesaplanır. Yapılan hesaplama göre tikel nicleme önermesinde en az bir özelleme gerçekliyse tikel önerme doğru, hiçbir özelleme gerçekleşmiyorsa tikel önerme yanlıştır. Yani "Fx" önermesinin tüm özellemeleri yanlış ise tikel önerme de yanlıştır. Çıkarımların Doğruluk Değeri Hesabı Nicleme mantığında bir çıkarımın doğruluk değerini hesaplayabilmek için önce çıkarımın verilen evrene göre bir açılımı, yani özellemesi yapılır. Sonra öncüller birbirlerine tümel evetleme eklemiyle (\wedge) sonuç önermesine ise koşul eklemiyle (\square) bağlanarak bir koşul önermesi oluşturulur. Daha sonra bu koşul önermesinin doğruluk değeri verilen evrende özellemenin gerçekleşip gerçekleşmediğine göre doğruluk değeri hesaplanır. Sonuçta verilen evrenin hepsi çıkarımda birden doğrulanmışsa çıkarım doğrudur, doğrulanmamışsa çıkarım yanlıştır. Doğru olan çıkarımlar aynı zamanda geçerli, doğrulanmamış çıkarımlar ise geçersizdir. Yorumlanmış bir çıkarımın geçerli olması, en az bir sembolik karşılığının geçerli olması demektir.

NİCELEME MANTIĞINDA ÇÖZÜMLEYİCİ ÇİZELGE İLE DENETLEME

Çözümleyici çizelge ile denetleme yöntemi önermeler mantığında kullanıldığı gibi nicleme mantığında da kullanılır. Ancak nicleme mantığında çözümleyici çizelgenin uygulanabilmesi için bazı yeni kurallara da ihtiyaç vardır. Bunlar çözümleme kuralları (nicleyici değilme kuralları) ile özelleme kurallarıdır. Çözümleme Kuralları Nicleyici değilme kuralları ve doğruluk değeri hesapları Nicleyici değilme kuralları, tümel önermenin tikel önermeye, tikel önermenin tümel önermeye dönüştürülmesini sağlayan kurallardır. Tümel nicleyicinin değilmesini tikel nicleyici, tikel nicleyicinin değilmesini tümel nicleyici kılan bu kurallar ikiye ayrılır. Tümel nicleyicinin değilme kuralı ve doğruluk hesabı $\square \square xFx \equiv \square x \square Fx$ Tümel nicleyicinin değilmesinde $\square \square xFx$ önermesi $\square x \square Fx$ önermesiyle eş değerdir. $\square \square xFx \square \square \square \square xFx$ diye gösterilir. Tikel nicleyicinin değilme kuralı ve doğruluk hesabı $\square \square xFx \equiv \square x \square Fx$ Tikel nicleyicinin değilmesinde $\square x \square Fx$ önermesi $\square \square xFx$ önermesiyle eş değerdir. $\square \square xFx \square \square \square \square xFx$ diye gösterilir. Özelleme Kuralları Tümel özelleme kuralı Nicleme mantığında çözümleyici çizelge ile denetleme yapılırken, açık bir yol üzerinde $\square xFx$ gibi bir tümel nicleme önermesi geçiyorsa, bu önermenin özellemesi, bu yol üzerindeki önermelerin herhangi birinde geçen "a" gibi bir ad sembolü ve "F" gibi bir yüklem sembolü kullanılarak yapılır. Tümel özelleme kaldırılarak daha önce yol üzerinde geçmiş olan herhangi bir ad sembolü yoksa özelleme isteğe bağlı olarak seçilen bir ad sembolü ile yapılır. Daha önce geçmiş bir ad sembolü varsa bilinmezine yerine daha önce geçen ad sembolü konur. Yol üzerinde birden fazla ad sembolü bulunuyorsa, tümel özellemenin özellemesi ayrı ayrı yapılır. Tümel özelleme kuralı

NİCELEME MANTIĞINDA DENETLEME

Nicleme mantığında önermelerin tutarlılık, geçerlilik, eş değerlik, çıkarımların geçerlilik denetlemesi yalnızca çözümleyici çizelgeyle yapılabilir. Önermeler mantığında geçerli olan kurallar nicleme mantığında da geçerlidir. Tekil önermelerin çözümlenip denetlenmesinde önermeler mantığının çözümlenme kuralları yeterlidir. Ancak, genel önermelerin çözümlenip denetlenmesinde önermeler mantığının çözümlenme kuralları yanında nicleme mantığına özgü kurallara da ihtiyaç vardır. Bu kurallar uygulanmaksızın nicleme mantığında denetleme yapılamaz. Bunlar önceki ünite de öğrenmiş olduğumuz nicleyici değilleme kuralları ve özelleme kurallarıdır.

NİCELEME MANTIĞINDA DENETLEMEDE İŞLEM AKIŞI

Nicleme mantığında çözümleyici çizelge ile denetleme yapılırken her adımda takip edilmesi gereken işlem önceliği vardır. Bu işlem akışı öncelik sırasına göre aşağıdaki gibidir: 1. Tümel nicleyici değilleme kuralı 2. Tikel nicleyici değilleme kuralı 3. Alt alta yazma kuralları 4. Tikel özelleme kuralı 5. Çatal açma kuralları 6. Tümel özelleme kuralı Nicleme mantığında denetlemede işlem akışı sırasına göre " $\square \square xFx \wedge \square \square xFx$ " önermesinin denetlemesi aşağıdaki gibi yapılır: 1. $\square \square xFx \wedge \square \square xFx$ (Ö.) 2. $\square \square xFx$ (1) (1. Adımda alt alta yazma kuralı uygulandı.) 3. $\square \square xFx$ 4. $\square x \square Fx$ (2) (2. Adımda tümel nicleyici değilleme kuralı uygulandı.) 5. $\square x \square Fx$ (3) (3. Adımda tikel nicleyici değilleme kuralı uygulandı.) $\square Fa$ (4) (4. Adımda tikel özelleme kuralı uygulandı.) $\square Fa$ (5) (5. Adımda tümel özelleme kuralı uygulandı.) ↓ Yol açıktır.

ÇÖZÜMLEYİCİ ÇİZELGE İLE DENETLEME

Tek Bir Önermenin Tutarlılığının Denetlenmesi Nicleme mantığında çözümleyici çizelge ile tek bir önermenin tutarlılığını denetleyebilmek için önce önerme işlem akışı sırasına göre denetlenir. Denetleme sonucuna göre bir veya birden fazla yol açık ise önerme tutarlı, tüm yollar kapalı ise önerme tutarsızdır. Örneğin " $\$x \sim (Fx \square \sim Fx)$ " önermesinin tutarlı olup olmadığını denetleyebilmek için önce verilen önermenin doğru bir önerme olduğu parantez içerisinde kısaca (Ö.) yazılarak belirtilir. Sonra kurallar çerçevesinde çözümleyici çizelgesi kurulur. Yol açık olduğundan önerme tutarlıdır. Birden Fazla Önermelerin Tutarlılığının Denetlenmesi Nicleme mantığında çözümleyici çizelge ile birden fazla önermelerin tutarlılığı denetlenirken önce önermeler alt alta yazılır. Sonra önermeler işlem akışı sırasına göre denetlenir. Denetleme sonucuna göre bir veya birden çok yol açık ise önermeler tutarlı, tüm yollar kapalı ise önermeler tutarsızdır. Örneğin " $\$x(Fx \square \sim Fx)$ " ve "Gb" önerme kümelerinin birlikte tutarlı olup olmadıklarını denetleyebilmek için önce verilen önermeler alt alta yazılır ve birer önerme olup olmadıkları parantez içerisinde kısaca (Ö.) şeklinde yazılarak belirtilir. Sonra kurallar çerçevesinde çözümleyici çizelgesi kurulur. Denetleme sonucuna göre tüm yollar açık olduğundan önermeler birbirleriyle tutarlıdır. Önermelerin Geçerliliğinin Denetlenmesi Nicleme mantığında çözümleyici çizelge ile önermelerin geçerliliği denetlenirken önce önermenin tümünün değili alınır. Sonra işlem akışı sırasına göre önerme denetlenir. Denetleme sonucuna göre tüm yollar kapalı ise önerme geçerli, en az bir yol bile açıksa önerme geçersizdir. Buna göre geçerli olan her önerme tutarsız, geçersiz olan her önerme ise tutarlıdır. Örneğin " $\$x(Gx \square Hx) \vee \xGx " önerme kümesinin geçerli olup olmadığını denetleyebilmek için önce önermenin tümünün değili alınır ve değil önerme olduğu parantez içerisinde (\sim Ö.) şeklinde yazılarak belirtilir. Sonra kurallar çerçevesinde çözümleyici çizelgesi kurulur. Denetleme sonucuna göre tüm yollar açık olduğundan önerme geçersizdir. Çıkarımların Geçerliliğinin Denetlenmesi Nicleme mantığında çözümleyici çizelge ile çıkarımların geçerliliği denetlenirken önce sonuç önermesinin değili alınır. Sonra işlem akışı sırasına göre çıkarım denetlenir. Denetleme sonucuna göre tüm yollar kapalı ise çıkarım geçerli, en az bir yol bile açıksa çıkarım geçersizdir. Buna göre geçerli olan her çıkarım tutarsız, geçersiz olan her çıkarım ise tutarlıdır. Örneğin " $\square x(Fx \vee Gx), Fa \square Ga$ " çıkarımının geçerli olup olmadığını denetleyebilmek için önce öncül ve sonuç önermesi alt alta yazılıp sonuç önermesinin değili alınır ve öncüller (Önc.) ve değil sonuç önermesi (\square Snç.) şekillerinde kısaca yazılır. Sonra kurallar çerçevesinde çözümleyici çizelgesi kurulur. Denetleme sonucuna göre tüm yollar kapalı olduğundan çıkarım geçerlidir. Önermelerin Eş Değerliliğinin Denetlenmesi Nicleme mantığında çözümleyici çizelge ile önermelerin eş değerliliği denetlenirken önce önermeler birbirlerine karşılıklı koşul eklemiyle (\square) bağlanarak bir koşul önermesi oluşturulur. Sonra elde edilmiş olunan bu karşılıklı koşul önermesinin değili alınarak geçerliliği işlem akışı sırasına göre denetlenir. Denetleme sonucuna göre önerme geçerli çıkarsa önermeler birbirleriyle eş değerdir, geçersiz çıkarsa önermeler birbirleriyle eş değer

ÇOK DEĞERLİ MANTIK (ÜÇ DEĞERLİ MANTIK) NEDİR VE KAPSAMI

Çok Değerli Mantık ünitesine kadar okuduğumuz modern mantık daha ziyade Aristoteles'in mantık anlayışına dayalı iki değerli mantıktı. Aristoteles mantığına dayalı olan önermeler mantığı ve niceleme mantığı iki değer üzerine, yani doğru ve yanlış değerleri üzerine kuruludur. Bunun nedeni her iki mantıkta da çelişmezlik, özdeşlik ve üçüncü hâlin imkânsızlığı ilkelerinin temel alınmasıdır. Bazı mantıkçılara göre iki değerli mantık insanın dünyayı algılamasını sınırlar. Dünya ve içindeki her şey ya da olaylar yalnızca “Doğru” ve “Yanlış” gibi iki değer açısından algılanıp yorumlanamaz. Bunun üzerine 20. yüzyılın ortalarına doğru mantık ilkelerinin birini dışarıda bırakılarak da kendi içinde tutarlı mantık sistemlerinin kurulabileceği ileri sürüldü. Bu fikrin gelişmesinde modern fizikte, özellikle Kuantum fiziğinde taneciklerin hareketi hakkında tahminleri dile getiren bazı önermeler ile Reichenbach'ın parçacık fiziğinin ve onun “belirsizlik ilkesi”nin büyük bir etkisi olmuştur. Heisenberg'in belirsizlik yasasına göre bir cismin belirli bir andaki konumu ile momentumunun aynı anda ve kesin değerlerle bilinemez. Buna göre elektron gibi küçük bir parçacığın (kuantum) yerini ve hızını birlikte saptamak imkânsızdır. Varlıkta bir belirsizlik vardır. Çağdaş bilim ve mantıktaki bu tartışmalar ahlak ve sanat gibi birçok alana da yansımıştır. Ahlak ve sanatın önermelerinin de modern fizikte olduğu gibi her zaman “Doğru” ve “Yanlış” veya “Güzel” ve “Güzel Değil” şeklinde iki değer alamayacağı ileri sürüldü. Ahlakın ve sanatın önermelerinin zamana, mekâna ve topluma göre değişeceğinden her zaman “Doğru” veya “Yanlış” değer almayabilir. Bu yüzden onların önermeleri de aynı bilimin önermeleri gibi her zaman tutarlı veya geçerli değildir. Çok değerli mantığın ortaya çıkmasında üçüncü hâlin imkânsızlığı ilkesi üzerine yapılan tartışmaların da büyük bir etkisi vardır. Bazı düşünürler mantığın üçüncü hâlin imkânsızlığı ilkesini mantık için zorunlu ilke saymazlar. Yukarıda sayılan gerekçeler göz önünde tutularak Lukasiwicz ve Heyting'in öncülüğünde “Doğru” ile “Yanlış”tan başka “Belirsiz” diye bir doğruluk değerini öngören üç değerli mantık sistemi kurulmuştur. Üç değerli mantık, doğru ve yanlıştan başka belirsiz diye bir doğruluk değeri öngören mantık sistemidir. Çok değerli mantık içerisinde özellikle üç değerli mantık önem kazanmıştır. Örneğin, “Yarın yağmur yağacak.” ve “Bu yıl enflasyon düşecek.” önermeleri gelecekte olacak bir durum ile ilgilidir. Bu tür önermeler için şimdiden kesin olarak “Doğru” veya “Yanlış” diyemeyiz. İşte bu durum iki değerli mantığın yetersizliğini ortaya koymuş ve üç değerli mantığın ortaya çıkmasına neden olmuştur.

DEĞİŞMEZLER VE DOĞRULUK DEĞERLERİ

Üç değerli önermeler mantığı Doğru (D), Yanlış (Y) ve Belirsiz (B) diye üç ayrı doğruluk değerine dayalıdır. Değişmezleri ise iki değerli önermeler mantığının “ \square , \wedge , \vee , \neg , \rightarrow ” eklemleridir. Ancak her iki mantığın doğruluk çizelgeleri farklı olduğundan taşımış oldukları anlamları da farklıdır. İki değerli mantıkta iki önerme söz konusu olduğu zaman 2^n formülü gereği $2^2 = 4$ durum ortaya çıkıyordu. Oysa üç değerli mantıkta, üç değer olduğundan formül 3^n olacak ve iki önerme $3^2 = 9$ durum ortaya çıkar. İki değerli mantıkta yazım kolaylığı için, durum sayısı ikiye bölünerek doğrulardan başlanılarak değerler sıralanıyordu. Üç değerli mantıkta ise durum sayısı üçe bölünerek Doğru, Belirsiz, Yanlış sırasına göre değerler yazılır. Üç değerli mantıkta önerme eklemlerinin doğruluk değerleri şöyledir: Değilleme (\square): Verilen önerme doğru ise değillesmesi yanlış, belirsiz ise belirsiz, yanlış ise doğru olur. Tümel Evetleme (\wedge): Verilen önermenin her iki bileşeni de doğru ise önerme doğru, bileşenlerden her ikisi veya önbileşen doğru ardbileşen belirsiz ya da önbileşen belirsiz ardbileşen doğru ise önerme belirsiz, her iki bileşen veya bileşenlerden herhangi biri yanlış ise önerme yanlış olur. Tikel Evetleme (\vee): Verilen önermenin her iki bileşeni veya bileşenlerden herhangi biri doğru ise önerme doğru, her iki bileşen belirsiz ise veya önbileşen belirsiz ardbileşen yanlış ya da önbileşen yanlış ardbileşen belirsiz ise önerme belirsiz, bileşenlerin her ikisi de yanlış ise önerme yanlış olur. Koşul (\rightarrow): Verilen önermenin önbileşeni doğru ardbileşeni belirsiz ise veya önbileşen belirsiz ardbileşen yanlış ise önerme belirsiz, önbileşen doğru ardbileşen yanlış ise önerme yanlış, diğer durumların hepsi doğru olur. Karşılıklı Koşul (\leftrightarrow): Verilen önermenin her iki bileşeni doğru, her iki bileşen belirsiz veya her iki bileşen yanlış ise önerme doğru, bileşenlerden herhangi biri belirsiz ise önerme belirsiz, önbileşen doğru ardbileşen yanlış veya önbileşen yanlış ardbileşen doğru ise önerme yanlış olur.

DENETLEME VE YORUMLAMA

Üç değerli mantıkta önermeler p, q, r, s, ... gibi önerme sembolleri ile üç değerli önerme eklemlerinden ve gereğinde parantezlerden oluşurlar. Üç değerli mantıkta tutarlılık, geçerlilik ve

eşdeğerlilik iki değerli mantıktakinden çok farklı değildir. Ancak bu mantıkta bir üçüncü değer eklendiği için üç değerli mantıkta, iki değerli mantıkta olmayan yarı geçerli, yarı tutarlı önermeler yer alır. İki değerli mantıkta önermeler tutarlı-geçerli, tutarlı-geçersiz ve tutarsız-geçersiz diye üçe ayrılırken, üç değerli mantıkta önermeler tutarsız, yarı tutarsız, geçersiz ama tutarlı, yarı geçerli ve geçerli olmak üzere beşe ayrılır. Tutarsız Önermeler Üç değerli mantıkta bir önermenin tutarsız olup olmadığını denetleyebilmek için, önce önerme bileşenlerine ayrılarak temel doğruluk çizelgesi ile tek tek denetlenir. Denetleme sonucuna göre önerme tüm yorumlamalarında yanlış değer alıyorsa tutarsızdır. Totolojilerin değillesmesi olan tüm önermeler tutarsızdır. Tutarsız Olmayan Yarı-Tutarsız Önermeler Üç değerli mantıkta bir önermenin yarı tutarsız olup olmadığını denetleyebilmek için, önce önerme bileşenlerine ayrılarak temel doğruluk çizelgesi ile tek tek denetlenir. Denetleme sonucuna göre önerme yorumlamasında yalnızca belirsiz ve yanlış değerleri alıyorsa önerme yarı tutarsızdır. Bu önermeler yarı geçerli önermelerin değillesmesi sayılabilirler. Geçersiz Ama Tutarlı Önermeler Üç değerli mantıkta bir önermenin geçersiz ama tutarlı olup olmadığını denetleyebilmek için, önce önerme bileşenlerine ayrılarak temel doğruluk çizelgesi ile tek tek denetlenir. Denetleme sonucuna göre önerme yorumlamasında tüm değerleri (doğru, belirsiz, yanlış) alıyorsa önerme tutarlı ama geçersizdir. Geçersiz ama tutarlı olan her önermenin değillesmesi de tutarlı ama geçersizdir. Geçerli Olmayan Yarı-Geçerli Önermeler Üç değerli mantıkta bir önermenin yarı geçerli olup olmadığını denetleyebilmek için, önce önerme bileşenlerine ayrılarak temel doğruluk çizelgesi ile tek tek denetlenir. Denetleme sonucuna göre önermenin tüm yorumlamaları doğru değer almıyorsa da yanlış değer almıyorsa yarı geçerlidir. En az bir tane bile yanlış değer geçiyorsa önerme geçersizdir. Yarı geçerli önermeler, tüm yorumlamaları doğru olmayan, ama yanlış değer de almayan önermelerdir. Buna göre geçerli olmayan yarı geçerli önermeler bazen doğru bazen belirsiz olan önermelerdir. Geçerli Önermeler Üç değerli mantıkta bir önermenin geçerli olup olmadığını denetleyebilmek için, önce önerme bileşenlerine ayrılarak temel doğruluk çizelgesi ile tek tek denetlenir. Denetleme sonucunda tüm yorumlamalar doğru ise önerme geçerlidir. Sütunda en az bir yanlış önerme varsa önerme geçersizdir. Geçerli olan önermeler aynı zamanda totolojidir. Çıkarımların Geçerliliği Üç değerli mantıkta çıkarımların geçerli olup olmadığını denetleyebilmek için, önce öncüller birbirlerine tümel evetleme eklemiyle (Δ) sonuç önermesine ise koşul eklemiyle (\square) bağlanarak bir koşul önermesi oluşturulur. Sonra bu koşul önermesi bileşenlerine ayrılarak tek tek denetlenir. Denetleme sonucuna göre hep doğru değerini alıyorsa çıkarım geçerli, en az bir tane bile belirsiz ya da yanlış değer alıyorsa çıkarım geçersizdir. Eşdeğer Önermeler Üç değerli mantıkta bir önermelerin eşdeğer olup olmadığını denetleyebilmek için, önce önermeler bileşenlerine ayrılarak temel doğruluk çizelgesi ile tek tek denetlenir. Denetleme sonucuna göre önerme tüm yorumlamalarında doğruluk değeri aynı olan önermeler eşdeğer, doğruluk değerleri aynı olmayan önermeler ise eşdeğer değildir.

KİPLİK MANTIĞI

Kiplik Mantığı Nedir? Aristoteles mantığı olarak da adlandırılan klasik mantıkta kategorik önermeler, nicelik ve nitelikleri açısından, kiplik önermeleri ise taşıdıkları kiplerin önermeye kattıkları anlam dikkate alınarak incelenmiştir. Aristoteles'ten itibaren başta Stoa-Megara olmak üzere mantık okullarınca ayrıntılarıyla ele alınmış, tüm Avrupa Orta Çağ'ı boyunca süregelen mantık çalışmaları içerisinde de merkezî bir rol oynamış olan kiplik mantığına Türk-İslam düşünce tarihinin Farabi ve İbn Sina gibi büyük mantıkçılarının da katkıları kayda değer niteliktedir. Barındırdığı ciddi felsefi problemler nedeniyle çok sonraları G. Leibniz ve I. Kant gibi Avrupa'nın büyük filozofları tarafından da ele alınmış olan kiplik mantığı 19. yy.'da başlayan sembolik mantık çalışmaları içerisinde de önemli bir yer edinmiş, modern formel yapısına, günümüzde bilhassa C. I. Lewis'le başlayan çalışmalar neticesinde kavuşmuştur. Kiplik Önergeleri Zorunluluk ve imkân bildiren kiplik önermeleri, basit önermeler gibi görünmelerine karşılık aslında bileşik önermedirler çünkü herhangi bir yargı üzerine ileri sürülen bir başka yargı bildirmektedirler. Yalın yani assertorik önermeler, öznesinin, yüklemine belirtilen bir özelliği taşıdığını ifade eden, bir başka deyişle bu iki unsur arasında umulur bir ilişkiye işaret eden ve herhangi bir kiplik taşımayan önermelerdir. Zorunlu yani apodiktik önermeler, başka türlü olma imkânı bulunmayan, her durum (her mümkün dünya) için zorunlu olarak doğru değeri alan önermelerdir. Mümkün yani problematik önermeler ise en az bir durum (mümkün dünyalardan en az biri) için doğru değeri alan önermelerdir. Kiplik Değişmezleri ve Doğruluk Değerleri Sembolik mantık çalışmaları dâhilinde geliştirilen kiplik mantığı, önermeler mantığının işlemlerine kipliklerinin de dâhil edilebilmesi imkânını sağlamış bir mantık sistemidir. Bu mantıkta zorunlu (apodiktik) bir önerme $\Box p$ şeklinde, mümkün (problematik) bir önerme ise $\Diamond p$ şeklinde gösterilir. Üç değerli mantıkla bağlantılı olarak tariflenen "ne kesinlikle doğru ne de kesinlikle yanlış" anlamına gelen şüphelilik kipliği ise \wp ile ifade edilebilir. Herhangi bir doğruluk değerinin "doğru"yu içerişi ya da herhangi bir doğruluk değerinin "yanlış" tarafından içerilişi "doğru" değerini verir. İki değerli mantığın genişletilmiş bir versiyonu olan ve üçüncü bir doğruluk değeri olarak belirsizliği hesaba katan üç değerli mantık için de bu özellik aynen geçerlidir. Tutarlılık ve Geçerlilik Mantıkta "totoloji" tabiri, "zorunlu olarak doğru" olan önermeleri ifade eder. Kiplik mantığındaki tutarlı ve geçerli ifadeler, $p \rightarrow \Diamond p$, $\Box p \rightarrow p$ ve $\Box p \rightarrow \Diamond p$ totolojik kiplik önermeleri örnek olarak verilebilir. Eş değeri $\Box p = \Box (p \rightarrow \Box p)$ ve $\Diamond p = (\Box p \rightarrow p)$ kiplik mantığının iki temel eş değeri. Bir önermenin zorunlu olması, ifade ettiği şeyin olmamasının mümkün olmaması, mümkün olması ise ifade ettiği şeyin olmamasının zorunlu olmaması anlamına gelmektedir.

ÖZDEŞLİK MANTIĞI

Özdeşlik Mantığı Nedir? Özdeşlik mantığı, "özdeşlik" önermelerini içeren çıkarımların gösterimi ve denetlenmesinde kullanılan bir mantık sistemidir. Mantığın temel ilkesi olan, dolayısıyla diğer mantık ilkelerine de esas teşkil eden "özdeşlik", "bir şeyin, kendisiyle aynı şey olduğu" anlamına gelir. Özdeşlik, görünüşte farklı olan iki kişi ya da şeyin, gerçekte bir ve aynı kişi ya da şey olduğuna ilişkin ifadelerde de karşımıza çıkar. Özdeşlik ifade eden önermelerin en önemli özelliği "totolojik" ve "analitik" karakterde olmalarıdır. Bir önermenin özne ve yüklemine bir ve aynı şeye işaret etmesi ya da yüklemine özne ile ifade edilenden daha fazla bir şey söylenmemesi yani özneye ilişkin yeni bir bilginin verilmemesi durumu onun "analitik" bir önerme olduğunu gösterir. Özdeşlik Değişmezleri Niceleme mantığı, önermeler mantığından farklı olarak, mantıksal işlemlere önermelerin niceliklerinin de dâhil edilebilmesi imkânını sağlayan bir mantık sistemidir. Önergeler mantığının tüm değişmezlerini ve bu değişmezlerle ilişkin denetleme kurallarını içermekle birlikte, ondan bağımsız olarak niceliklere ilişkin birtakım değişmezlerle ve denetleme kurallarına da sahiptir. Buna göre, önermeler mantığına ait tüm işlemler niceleme mantığının dili ile ifade edilebilirlerken, niceleme mantığına ait tüm işlemlerin önermeler mantığının dili ile ifade edilebilmeleri mümkün olmaz. "Özdeşlik" içeren çıkarımların gösterimi ve denetlenmesinde yeterli olamayan niceleme mantığı ile bu mantık sistemine "özdeşlik değişmezi"nin ve buna ilişkin denetleme kurallarının ilavesiyle ortaya çıkan özdeşlik mantığı arasında da aynı tür bir ilişki söz konusudur. Nasıl ki niceleme mantığı, önermeler mantığının genişletilmiş bir hâli ise özdeşlik mantığı da niceleme mantığının genişletilmiş bir hâlidir. "Özdeşlik", özdeşlik mantığında ("eşitlik" anlamına da gelen) "=" sembolü ile gösterilir ve iki şey arasındaki (ikili) bir bağıntı olarak tanımlanır. Tutarlılık, Geçerlilik ve Eş Değerlilik Özdeşlik mantığında niceleme mantığı notasyonu, bu mantığın tutarlılık, geçerlilik ve eş

değerlilik gibi temel denetleme işlemleri için çözümleyici çizelge yönteminin genişletilmiş bir versiyonu, bu genişletilmiş yöntemde ise iki temel kural kullanılır. Özdeşler İçin Yer Değiştirme Kuralı Çözümleyici çizelgenin herhangi bir yolunda ($x=y$) türünden bir özdeşlik önermesi geçiyorsa, bu ifade, gerektiğinde aynı yol üzerinde "x" yerine "y"nin ya da "y" yerine "x"in kullanılabilmesine imkân vermektedir. Ayrıca özdeşliğin geçişlilik özelliği sayesinde aynı yol üzerindeki ($x=y$) ile ($y=z$) ifadelerinden ($x=z$) ifadesine geçmek mümkün olmaktadır. Özdeşlerle Çelişik Olan İfadelerin Belirlenmesi Kuralı ($x=y$) türünden bir özdeşlik önermesinin çelişigi $\sim(x=y)$ 'dir. İşlemlerde kendiliğinden çelişik olan $\sim(x=x)$ türünden ifadelerle de karşılaşılabilir. Çözümleyici çizelgenin herhangi bir yolunda bu türden ifadeler görüldüğünde aynı yolun altında çelişiklik gösterilmelidir.

VARLIK MANTIĞI NEDİR VE KAPSAMI

Varlık mantığı, “vardır” mantıksal değişmezini içeren mantığa verilen addır. Doğruluk fonksiyonu mantığı ile varlık mantığı arasında fark vardır. Önergeler mantığı dış dünyada var olan bir nesne, olay, olgu veya durum hakkında önergeler ileri sürüp onları farklı şekillerde denetleyen bir mantıktır. Oysa varlık mantığı yalnızca dış dünyada var olan değil, dış dünyada var olmayan bir şey hakkında da önergeler ileri sürüp denetleyebilen bir mantık sistemidir. Varlık mantığı bir şeyin var olduğunu öne süren önergelerden oluşur. Diğer mantık sistemleri yalnızca gerçek dünyaya ait varlıklar üzerine önergeler oluştururken varlık mantığı, hem gerçek dünyada hem de gerçek olmayan dünyadaki varlıklar üzerine önergeler oluşturur. Örneğin, “Osmanlı sultanı Fatih Sultan Mehmet vardır.”, “Palandöken Dağı vardır.”, “Kartal vardır.”, “Tanrılar tanrısı Zeus vardır.”, “Kaf Dağı vardır.” ve “Anka kuşu vardır.” gibi. İster dış dünyada bir gerçekliği olsun isterse olmasın bu tür önergeler varlık mantığının konusu ve kapsamı içerisinde. Çünkü bu önergelerin hepsi bir varlığın var ya da yok olması hakkındadır. Ancak algılanabilir nesnelere dünyasında var olmakla tasarımda var olmak ya da yok olmak aynı şey değildir. Yani bir masanın varlığı ve yokluğu ile Kaf Dağı’nın varlığı veya yokluğu arasında fark vardır. Masanın yok olması, belli bir zaman ve mekân aralığı içinde yer almamasıdır. Buna karşılık Kaf Dağı’nın yokluğu, yalnızca zihnimizde bulunup zihin dışında bulunmaması demektir. Kaf Dağı’nın zihnin dışında bulunmaması onun yokluğu anlamına gelmez. Ancak üzerinde Modern Mantık 11. Bölüm’ün ders notlarını yazdığım bu çalışma masası belli bir zaman sonra değişik nedenlerden dolayı (kırılması, eskimesi veya bir yangına maruz kalması gibi) fonksiyonunu yitirip yok olabilir. Varlık mantığı ile niceleme mantığı ile özdeşlik mantığı arasında da fark vardır. Niceleme mantığı ile varlık mantığında kurulan önergeler aynı durumu dile getirmez. Örneğin, “ $\square xFx$ ” önermesi “Bazı hayvanlar kuştur.” önermesi olsun. Niceleme mantığının bu önermesi gerçek dünyada en az bir hayvan var ve bu da kuş ise doğrudur. Bu yüzden “ $\square xFx$ ” önermesi hem dış dünyaya hem de tasarım dünyasına ilişkin herhangi bir varlık hakkında öne sürülen bir yargıdır. Oysa aynı önerme için “Anka kuşu vardır.” önermesi niceleme ve özdeşlik mantığı için yanlış olan bir varlık önermesidir. Buna karşılık aynı önerme varlık mantığı için doğru olan bir önermedir. Çünkü dış dünyada karşılığı olmasa da tasarım dünyasında bir karşılığı vardır.

VARLIK DEĞİŞMEZİ VE DOĞRULUK DEĞERİ

Niceleme ve özdeşlik mantığında olduğu gibi varlık mantığının da varlık değişmezi vardır. “Vardır” varlık mantığının mantıksal değişmezidir. “Vardır” mantıksal değişmezi “E!” sembolü ile ifade edilir. “Kaf Dağı vardır.” önermesi “E!a” biçiminde sembolleştirilir. “Kaf Dağı” “a” ile “vardır” da “E!” ile sembolleştirilmiştir. “a” ad sembolü, “E!” ise varlık değişmezidir. Varlık mantığında sembolleştirme niceleme mantığındaki gibidir. Ad sembolleri olarak “a, b, c, d” gibi küçük harfler; yüklem sembolleri olarak da “F, G, H, K, L, M, N” gibi büyük harfler kullanılır. Varlık önergelerinin doğruluk değeri, varlığı gösterilen şeyin gerçek dünyada bulunup bulunmamasına bağlıdır. Örneğin, “Zigana Dağı vardır.” önermesi bu adla söz edilen dağ gerçek dünyada bulunduğundan doğrudur. Oysa “Kaf Dağı vardır.” önermesi gerçek dünyada bulunmadığından doğru değildir. Eğer hep algılanan dünyada olan nesnelere söz etseydik, varlık mantığına gerek kalmazdı. Niceleme ve özdeşlik mantıklarında böyle bir değişmeze gerek duyulmamasının nedeni, bu mantıklarda, hep gerçek dünyada var olan nesne ve kişilerden söz edilmesidir. Bu yüzden niceleme mantığında “ $\square xFx$ ” veya “ $\square xFx$ ” denildiğinde gerçek dünyada var olan “tüm x’leri” ya da gerçek dünyada en az bir “x” kastedilmektedir. **DENETLEME VE YORUMLAMA**

Varlık Mantığının Kuralları ve Yorumlama Varlık Mantığının en önemli özelliği niceleme ve özdeşlik mantığının kapsamı dışında kalan gerçek olmayan, algılanamaya dünyanın nesnelere bahsetmesi ve onlara doğruluk değeri yüklemesidir. Herhangi bir doğruluk değerinde bulunurken de önce özelleme yapılır. Ancak varlık mantığının özelleme niceleme mantığındaki gibi değildir. Özelleme Kuralları Tümel önermenin özelleme Varlık mantığında $\square xFx$ gibi bir tümel önermenin özelleme alınırken öncelikle “E!a” gibi bir varlık önermesinin geçmesi gereklidir. Tümel özelleme kuralı aşağıda belirtilen sırada olmalıdır. 1. $\square xPx$ E!a Pa (1) Tümel önermenin doğruluğu özelleme alınan her bireysel değişmezin doğru olmasını gerektirdiğinden varlık önermesinin doğruluğu tümel önermeyi de doğrudan doğrulamaktadır. Bu yüzden varlık önermesi doğru ise tümel önerme için alınacak her “a” gibi bireysel değişmez de doğru olacaktır. Özelleme alınırken varlık önermesi bir ön koşuldur. Buna göre, “ $\square xPx$ ”in doğru olması için “Px”in gerçek dünyada var olan nesnelere oluşan bir evrene ait,

tüm nesnelere gerçekleşmesi gerekmektedir. Eğer “a” bu evrene ait tek nesneyi gösteriyorsa, bu “ $\square xPx$ ”in doğruluğu için yeterli değildir. Örneğin, $a \rightarrow Kaf\ Dağı \square xPx \rightarrow \square x [(x\ dağdır) \vee \square (x\ dağdır)]$ önermesi olsun. Bu, “Her şey dağdır veya dağ değildir.” anlamına gelir. “x” yerine “a”yı koyduğumuzda “Kaf Dağı dağdır veya dağ değildir.” önermesi elde edilir. Kaf Dağı diye bir dağ olmadığından onun ne dağ olduğu ne de dağ olmadığı söylenemez. Yani bu önerme ne doğrudur ne de yanlıştır. İşte bu nedenden tümel özelleme kuralı varlık mantığında değiştirilerek kullanılır. “ $\square xPx$ ” önermesi ancak, “E!a” ise yani Kaf Dağı diye bir dağ varsa “Pa” biçiminde özellenebilir. Tikel önermenin özellemesi Niceleme mantığında uygulanan özelleme kuralı varlık mantığı için de geçerlidir. Ancak bu kurala ek olarak yapılan özellemenin altına varlık önermesi de eklenmelidir. Bu durumda kural aşağıdaki gibi yazılır: 1. $\square xPx \text{ Pa E!a}$ (1) Tikel önerme en az bir nesnenin gerçek dünyada var olduğunu söylemektedir. Özellemesi alınan her bir “a” gibi bireysel değişmez doğrudur. Bu yüzden her zaman doğru olan özelleme için varlık önermesi bir ön koşul değildir. Ancak tümel önerme için varlık önermesi bir ön koşuldur. Örneğin, “ $\square xPx$ ” tikel önermesi “ $\square x (x\ kuştur)$ ”, yani “Kuşlar vardır.” önermesi olsun. Bu önerme gerçek dünyada var olan en az bir kuşun bulunduğunu dile getirir. Bu kuşu “a” adı ile gösterdiğimizde hem “a kuştur” hem de “a vardır” (yani E!a) önermeleri doğru olmuş olur. Tikel önermenin özellemesinde ad verilen evrenden bir tanesini özellemesi durumunda önerme doğrulanmış olur. Tikel önermenin özellemesi yapılırken önce “Pa”, sonra “E!a” yazılmalıdır. Çözümleyici Çizelge ve Niceleyici Değilleme Kuralları Varlık mantığında denetleme ve yorumlama kendisine ait özelleme kuralları yanında çözümleyici çizelge ve niceleyici değilleme kuralları da uygulanarak çözümlenebilir. Önceki ünitelerde öğrenmiş olduğumuz çözümleyici çizelge ve niceleyici değilleme kuralları varlık mantığı için de geçerlidir. Varlık Mantığında Denetleme Önermelerin Tutarlılığı Varlık mantığında hem tek önermenin hem de birden çok önermenin tutarlılığı denetlenebilir. Tek bir önermenin tutarlılığı denetlenirken öncelikle önerme veya önerme kümesi başlangıç önermesi yapılarak kurallar çerçevesinde çözümleyici çizelgesi kurularak denetlenir. Denetleme sonucuna göre tüm yollar veya en az bir yol açık ise önerme tutarlıdır. Tüm yollar kapalı ise önerme tutarsızdır. Varlık mantığında birden çok önermenin denetlemesi de tek önermenin denetlemesi gibidir. Önce verilen önermeler alt alta yazılır ve birer önerme olduğu belirtilir. Sonra çözümleyici çizelgesi kurulur. Denetleme sonucuna göre tüm yollar veya en az bir yol açık ise önerme tutarlıdır. Tüm yollar kapalı ise önerme tutarsızdır. Önermelerin Geçerliliği Varlık mantığında bir önermenin geçerli olup olmadığını denetleyebilmek için, önce önermenin tümünün değili alınır. Sonra kurallar doğrultusunda çözümleyici çizelgesi kurularak denetlenir. Denetleme sonucuna göre tüm yollar kapalı ise önerme geçerlidir. En az bir yol açık ise önerme geçersizdir. Buna göre geçerli olan her önerme tutarsız, geçersiz olan her önerme ise tutarlıdır. Çıkarımların Geçerliliği Varlık mantığında bir çıkarımın geçerli olup olmadığını denetleyebilmek için, önce çıkarımın öncülleriyle sonuç önermesi alt alta yazılır ve sonuç önermesinin değili alınır. Sonra çıkarım, kurallar çerçevesinde çözümleyici çizelgesi kurularak denetlenir. Denetleme sonucuna göre öncüllerle sonucun değillemesi bir arada tutarsız ise çıkarım geçerli, tutarsız ise geçerlidir. Başka bir deyişle tüm yollar kapalı ise çıkarım geçerli, en az bir yol bile açıksa çıkarım geçersizdir. Buna göre geçerli olan her çıkarım tutarsız, geçersiz olan her çıkarım ise tutarlıdır. Önermelerin Eş Değerliliği Varlık mantığında eş değerlilik denetlemesi önermeler ve niceleme mantığında olduğu gibi denetlenir. Buna göre, varlık mantığında da önermelerin eş değer olup olmadığını denetleyebilmek için, önce önermeler karşılıklı koşul eklemiyle (\square) birbirine bağlanarak karşılıklı koşul önermesi oluşturulur. Sonra elde edilmiş olan bu karşılıklı koşul önermesinin değili alınarak geçerliliği kurallar çerçevesinde çözümleyici çizelge kurularak denetlenir. Denetleme sonucuna göre önerme geçerli çıkarsa önermeler birbiriyle eş değer, geçersiz çıkarsa önermeler birbiriyle eş değer değildir.

UYGULAMALI MANTIK

Mantık insanın bilgi etkinliği için vazgeçilmez, temel bir araçtır. Mantığa başvurmeyen bir bilgi etkinliğinden söz etmek mümkün değildir. Mantık bize, günlük yaşamda, bilim ve felsefede, eleştirel ve akılcı düşünmede zorunlu olarak başvurulacak bir yöntem sunar. Hangi alanda çalışırsak çalışalım, mantık kurallarına ilgisiz ve ondan bağımsız bir şekilde bu etkinliği gerçekleştirmemiz mümkün değildir. Matematik, doğa bilimleri, eleştirel düşünce ve bilgisayar kullanımında uygulanan mantık, ayrıca günlük hayatımızda düşüncelerimizi başkalarına aktarırken ve birileriyle tartışırken de bize yol gösterir. Mantık bilgisine sahip olmadan da mantıklı düşünme olanağımız mevcut olsa da mantık okuyan ya da mantığının ne olduğunu kavramış olan birisinin, çıkarımlar ve yanlış önermeleri daha kolay fark edeceği, böylelikle doğru düşünmeye varacağı söylenebilir. Bunun içindir ki, bin yıllar boyunca mantık hep bir “Organon” yani “Alet” olarak görülmüştür. Modern mantık, her ne kadar farkındalığını oluşturmamış olsak bile bizim gündelik yaşamımıza da yararlar sağlar. Akıl yürütmelerimizde tutarlı olmamız, başkalarıyla olan ilişkilerimiz, onları düzenlememiz ve başkalarının düşünme zincirlerini daha iyi izleyip eleştirebilmemiz için gerekli bilgileri verir. Dil ve düşünce arasında sıkı bir bağ olduğunu ve dili daha iyi anlamak ve kullanmak için mantığa ihtiyacımızın olduğunu unutmamak gerekir.

MATEMATİK VE MANTIK

Matematiğin Yapısı Matematik ve mantık bilgi disiplinleri sınıflaması yapıldığında formel disiplinler olarak değerlendirilir. Dedüktif (tümdengelim) düşünme türünü kullanmaları bakımından da birbirlerine benzerdirler. Ortak bir sınıflamaya tabi tutulma ve bu düşünme benzerliği onların tarihsel bir ilişki içerisinde olduklarını da göstermektedir. Matematiğin tanımı konusunda matematikçiler arasında bile bir uzlaşma olmamasına rağmen, matematiği;

- Bir hesaplama tekniği
 - Kesinliğe götürecek tek yol
 - Bilimin hizmetinde bir kurallar topluluğu
 - Bilimlerin üstünde yer alan en yüksek denetleme
 - Sayı (aritmetik) ve şekilleri (geometri) ve bunlar arasındaki ilişkileri ele alıp inceleyen ve bunların özelliklerini, aralarındaki ilişkiyi ispatlamak isteyen bir disiplin olarak tanımlamak mümkündür.
- Mantık-Matematik İlişkisi Mantık ve matematik başlangıçlarından beri hep birbirleriyle yakın ilişki içerisinde olmuş ve çeşitli şekillerde etkileşimde bulunmuş iki formel disiplindir. Ancak bu yakın ilişki her iki disiplin açısından da neredeyse bir karşılıklı yardımlaşma etkinliği olarak ifade edilebilecek bir düzeydedir. Bir başka ifadeyle, aralarındaki ilişki birinde yaşanan bir sorunun diğerinin yardımıyla aşılması şeklindedir. Bu yardımlaşma ve birinin içerisine düştüğü bunalımı aşma anlamında ortaya çıkan bu yakın etkileşimi tarihî anlamda üç örnek durumla değerlendirilebilir. Mantık ve matematik arasındaki netleşen ilk ilişki, matematiğin içine düştüğü çıkmazdan mantıktan yararlanarak çıkması yönündeki ilişkidir. Matematiğin Antik Yunan’da pratik yaşam kaygılarına yönelik ampirik niteliğini yitirip kuramsal/kavramsal niteliğini kazanmasına yol açar. Matematiğin kuramsal/kavramsal niteliğini kazanmasına yol açan ve mantıkla esaslı bir etkileşimi ifade eden bu bunalım, Pythagorasçıların bulunduğu $\sqrt{2}$ ’dir. Matematik ve mantık arasındaki ikinci ilişki, matematiksel mantığa geçiş aşamasında ortaya çıkar. Aristoteles kökenli bu geleneksel mantık anlayışının, matematik ve bilimle değil, edebiyat ve hitabetle daha yakından alakalı olduğu düşüncesine dayanır. Bu anlayışa göre, mantığın geleneksel kavrayışı bilime ayak uyduramamaktadır. Böyle olunca da matematiğin ve bilimin ilerlemesine ayak uyduramayan mantığa, matematiğin el atması gündeme gelmiştir. On dokuzuncu yüzyılın ikinci yarısında “matematiğin mantıksal temellerinin oluşturulması” olarak adlandırılabilir üçüncü bir etkileşimin yaşandığı görülür. İfade edilen etkileşim matematiğin birtakım belirsizlik, üstünkörülikle yüklü olduğu gözlemine dayanmaktadır. Matematiğin içinde bulunduğu bu olumsuz durumdan kurtarılması için özellikle onun temeline yönelik araştırmaların ve eleştirilerin karşılansınca gerekmektedir. Burada mantık ilk olarak matematiğin temellerini denetleme ve ikinci olarak akıl yürütmeye geçerlilik kurallarının gözden geçirilmesi şeklinde ortaya çıkar. Matematik Dilini Sembolleştirme Hem matematik hem mantık, günlük dilin çok anlamlılığından kurtulmak için sembolik dil kullanır. Matematiğin alanı sayılar ve şekiller olduğundan dolayı da olgusal olandan daha ziyade soyut alanda sayı ve şekiller hakkında doğru önermeler ve ispatlar ortaya koyar. Matematikte her sistem için özel değişmezler kullanılır, örneğin

doğal sayılar sisteminde; “0, 1, 2, 3, 4, 5, 6”.....gibi değişmezler ad değişmezleri, “” gibi sembollere yüklem değişmezleri, “+, - , x ,” gibi işaretlere işlem değişmezleri denir Ancak matematik mantık gibi tam bir sembolleştirme geliştirememiştir. Bunun için matematiksel önermelerin mantık diline çevrilmesine ihtiyaç söz konusudur. Tanım, Aksiyom ve Kuram Ele alınan bir konuyu betimlemek ve açıklamak amacıyla öne sürülen önermelerden oluşmuş bütüne kuram denir. Bir kuram, tanımlar, aksiyomlar ve teoremlerden oluşur. Doğruluğu açık olan belli önermelere aksiyom denir. Verilen bir dildeki yeni değişmezin anlamını, dilde var olan değişmezler yardımıyla belirleme işlemine tanım denir. İspat Yöntemleri “Doğa bilimlerinde ispat, deney ve gözleme ya da laboratuvar sonuçlarına dayanırken, mantık ve matematikte ispat verilen öncüllerden hareketle zorunlu doğru sonuçlar çıkarılmasına bağlıdır.”

• Doğrudan ispat: “Çıkarımın sonucunu mantık kurallarına dayanarak dolaysız, yani doğrudan verilen öncül veya öncüllerden çıkartmaktadır.”

• Koşullandırma yoluyla ispatlama: “Bir teoremin ispatlanması yapılırken, bu teoremin dışında herhangi bir durumun olamayacağını gösteren ve daha önce ispatlanmış bir öncülün var olduğunu kabul ederek yapılan ispat şekline koşullandırma yoluyla ispatlama denir.” □ Dolaylı ispatlama: “Doğruluğu ve geçerliliği ispatlanmak istenen teoremin ya da çıkarımın önce yanlışlığını yani tutarsızlığını

göstermek suretiyle geçersizliğini göstermektir.” □ □Tümevarımlı ispat: “Önermenin veya teoremin geçtiği evrendeki elemanların önermeyi gerçekleştirmesiyle elde edilen ispata tümevarımlı ispat denir.” □ □Tersine veya aksine örnek vererek ispat: İspatlanacak önermenin aksini öne sürerek bunun yanlış olduğunu göstererek kendisinin doğru olduğunu ispatlama yöntemine aksine örnek vererek ispat denir.

Matematik Kuramların Aksiyomlaştırılması Her kuram aksiyomlu olmayabilir. Eğer bir kuramın aksiyomu yoksa, belli önermelerini kendine aksiyom yaparak aksiyomlaşabilir. Dile getirilen bu işleme de aksiyomlaştırma denir. Kuramın aksiyomlarının bazı mantık kurallarına göre oluşması gerekmektedir. Bu kuralları şu şekilde sıralamak mümkündür;

- Aksiyomlar birbirinden bağımsız olmalıdır.
- Aksiyomlar tam olmalıdır.
- Aksiyomlar birbirleriyle tutarlı olmalıdır

MANTIK VE DOĞA BİLİMLERİ

Mantığın doğa bilimlerine uygulanması matematikte olduğu gibi bilimsel önermelerin sembolleştirilmesine dayanır. Mantık, tüm bilimlerin kullandığı doğru düşünmenin ilkelerini belirleyen bir bilimdir. Doğa bilimlerinin amacı ise fiziki dünyanın canlı ve cansız tüm nesnelere kendine konu edinerek deney ve gözlem sonucu ispatlanabilir genellemelere ulaşmaktır. Çalışmalar sonucu elde edilen veriler gelişigüzel değil, akıl yürütme ve akıl ilkeleri kullanılarak ifade edilir. Aklın denetiminden geçmeyen bir deney düzeneği dahi kurmak olanaksızdır ve deneysel yöntemi yönlendiren akıl ilkeleridir. Bilimsel yöntem tümevarım (endüksiyon) ve tümdengelim (dedüksiyon) dayanır. Tümevarım (endüksiyon): Aklın özelden genele doğru izlediği yoldur. Doğadaki tek tek gözlem ve deney sonuçlarından hareketle tüm aynı koşullar hakkında genel yargılara varma işlemidir. Tam tümevarım: Tam tümevarımın öncüllerini oluşturan tekel önermeler, ait olduğu grubun tümünü kapsıyorsa, buna tam tümevarım denir. Eksik tümevarım: Bu tümevarımda sonuç, grubun tümüne değil de bir kısmına dayandırılıyorsa buna eksik tümevarım denir. Yani belli bir konuda çok sayıda deney ve gözlem verisi toplayarak tümü hakkında bir yargıda bulunmaktır. Tümdengelim (Dedüksiyon): Aklın genelden özele doğru izlediği yol olarak tanımlanabilir. Tümdengelimde öncül doğru olduğunda zorunlu olarak sonuç da doğrudur. Bilimsel yöntemin iki türünden söz etmek gerekir. Bunlar: Klasik Yöntem (Deneysel Yöntem): 17.yüzyıla başlatılan modern bilimin gelişimi, bilimsel yöntemin temeline doğru yöntem olarak tümevarımı koymuştur. Tümevarımın gözlem ve deneyi merkeze alan tavrı, bazı önermelerin doğrudan denetlenmesine olanak sağlamaktadır. Tümel önermelerin doğru olup olmadığı, tümevarımla denetlenebilir. Modern Yöntem (Varsayımlı Dedüktif Yöntem): Varsayımlı dedüktif yöntemle tümel önermeler olgusal düzeyde denetlenebilecek, bir başka ifadeyle tümel önermeleri eksik tümevarım yöntemine dayanmadan denetlenmenin imkânı olacaktır. Bu yöntemin esas özelliği, varsayım olan tümel önermelerden ve gözleme dayanan tekel önermelerden tümdengelimsel yolla sonuç çıkarmaya olanak tanınmasıdır.

FELSEFE VE MANTIKTA DOĞRULUK

Felsefede doğruluk dediğimizde, bilginin, doğru bilginin veya doğrunun ölçütleri ve standartlarının ne olduğunu ele alıp değerlendirdiğimiz anlamına gelir. Mantıkta doğruluk, özdeşlik ilkesinin bir yorumu ve uygulanımından ibarettir. Felsefede Doğruluk Doğruya ilişkin yapılan değerlendirmelerden en yaygın olanı ve sağduyuyla en fazla örtüşeni, doğrunun “düşüncemizle gerçekliğin uyuşması” şeklinde tanımlanmasıdır. Eğer bir nesne hakkında oluşturduğumuz bir görüş, nesnenin kendisine uyuyorsa doğru, ona uymuyorsa yanlıştır. Bu görüş, Uyuşma Kuramı olarak adlandırılır. Uyuşma Kuramı'nın eksikliğinden hareketle ortaya konulan bir diğer doğru anlayışına göre “doğruyu zihindeki tasarımı yine zihinde bir başka tasarıma, bu tasarımdan önce gelen ve daha asli olan bir tasarıma uyması, onunla uyuşması olarak tanımlamak gerekir.” Bu görüş Tutarlılık Kuramı olarak bilinir. Uyuşma Kuramı ve Tutarlılık Kuramı olarak açıklanmış olan iki doğru anlayışının içerdiği birtakım güçlüklerden ötürü pragmatist düşüncelere göre ise doğru, pragmatik olarak işe yarayan, pragmatik olarak doğrulanabilir. Mantıkta Doğruluk Mantıkta doğru (D), özdeşlik ilkesinin bir yorumu ve uygulanımı olarak karşımıza çıkmaktadır. Bir şeyin kendisi olması anlamında, en basit ve temel mantıksal doğruluk olarak “A, A'dır” özdeşlik önermesinde ifadesini bulur. Mantıkta yanlış (Y) ise, bir şeyin hem kendisi hem de başka bir şey olduğunu söyleme anlamında çelişkinin varlığını ifade eder. Doğru (D) ve Yanlış (Y) değerinin haricinde üçüncü bir değer imkânını olanaksız kılan ise üçüncü hâlin olanaksızlığı ilkesidir.

MANTIĞIN ELEŞTİREL DÜŞÜNCEYE VE TARTIŞMA MANTIĞINA UYGULANMASI

Tartışma Mantığı Mantığın pratik yaşamdaki işlevi özellikle eleştirel düşünme ve akılcı tartışma biçiminde ortaya çıkar. Eleştirel düşünme: Bir olay ya da düşüncenin doğru olup olmadığını anlamak için yapılan sistemli düşünme biçimidir. Eleştirel düşünme kişinin kendi kendisini eleştirmesi biçiminde gerçekleşebileceği gibi, kişiler arası eleştiriler biçiminde de ortaya çıkar. Bu durumda eleştirel düşünme, tartışmayı beraberinde getirir. Tartışma: İki veya daha fazla kişinin belli bir konuda farklı olan görüşlerini savunmasıdır. Tartışma en az iki kişi arasında geçer ve bir önerme ve bunun “değil”inin ortaya konulmasıyla başlar. Tartışma, tartışmacılar arasında bir anlaşmazlığın ortaya çıkmasıyla ya da görüş birliğine varılmasıyla sona erer. Tartışma Mantığında Sembolleştirme ve Sonuç Tartışma iki kişiden birinin P gibi bir önermeyi, diğerinin $\neg P$ gibi önermeyi savunmasıdır. İleri sürülen ve itiraz edilen önermeler sayı olarak fazlaysa p, q, r gibi semboller kullanılır. Öne sürülen

önermelere karşı çıkıldığını göstermek için yeni bir mantık değişmezi kullanılmalıdır ve sorgulama değişmezi olarak da adlandırılan bu mantık değişmezi “?” biçiminde sembolleştirilir. Bu sembol öne sürülen birden çok önermenin hepsine karşı çıkılıyorsa ?n(p,q,r) şeklinde, yalnızca ikinci önermeye karşı çıkılıyorsa ?2(p,q,r) biçiminde gösterilir. Mantık ve Teknik Metroların işleyişinin kontrol edilmesi, televizyon alıcılarının ayarlanması, bilgisayar disklerinin kafalarının kontrol edilmesi; kamera, klima, buzdolabı, çamaşır makinesi ve elektrik süpürgelerinin ayarlanması, asansör, trafik lambalarının programlanması ve iletişim uydularının yönlendirilmesi gibi yaşamı kolaylaştıran birçok noktada mantığın bulgularından yararlanılması mantığın insan yaşamı açısından önemini gösterir.

BİLGİ, PSİKOLOJİ, KÜLTÜR VE MANTIK

Bilgi Teorisi ve Mantık Bilgi teorisi ve mantık, bilgilerimizin kaynakları üzerinde duran, doğru bilgiyi elde etmenin yolları ve yöntemlerini açıklayan iki temel bilim dalıdır. Bir başka deyişle her ikisini de bilmenin bilimi olarak tanımlamak mümkündür. Her ikisi de objeler üzerine doğru bilme ve düşünme etkinliğindedirler ve her bilme belirli bir sonuca varmayı amaçlar. Psikoloji ve Mantık Psikoloji kendisini bir bilim olarak tanımladığı için düşünmeyle de bir olgu olarak ilgilenir, yani düşünme olgusunu inceler. Mantık, düşünmeyi bir olgu olarak değil, formel yönden ele alır ve değerlendirir. Kültür ve Mantık Kültürün yaratımında ve yine insan ürünü bir yapay gerçeklik dünyası olarak aynı kültürün içinde yaşama sırasında iki değerli mantığın önem ve işlevini saptayabiliriz

MANTIK FELSEFESİNİN TANIMI VE KAPSAMI

Mantık felsefesinin temel amacı: Mantık biliminin temel kavramlarını aydınlatmak ve ilkelerini temellendirmektir. Mantık felsefesi; mantığın anlam, ilke ve temel kavramlarıyla ilgili sorunlarını tartışarak mantık bilimine rehberlik etmektedir. Mantık kabaca doğru düşünmenin bilimidir. Düşünmenin doğruluğu veya düşünmenin en önemli süreci olan akıl yürütmelerin geçerlilik kurallarını ortaya koymak mantığın işidir. Mantık felsefesi de “Mantık ilkeleri nereden gelir? Mantık ilkelerinin kaynağı nedir?” gibi sorular sorar ve onlara temellendirilmiş cevaplar vermeye çalışır.

MANTIK FELSEFESİNİN ELE ALDIĞI BAZI SORUNLAR

Mantık Kavramıyla İlgili Sorunlar: Mantık Nedir? Mantığın tanımıyla ilgili iki temel sorun bulunmaktadır. İlki, mantığın bir bilim mi yoksa felsefenin bir alt dalı mı olduğuyla ilgili tartışmadır. İkincisi ise geçerliliğin ne olduğuyla ilgilidir. Mantık felsefesi açısından diğer problem ise değişik mantık alanlarında bir birliğin olmamasıdır. Bu noktada yapılması gereken şey: Bu alanlardan en uygun olanın seçilmesine yönelik akılcı değerlendirmelerde bulunmaktır ki bunu yapacak olan da mantık felsefesidir. Mantık Değişmezleriyle İlgili Sorunlar Modern mantıkta mantıkçılar geçerlilik denetlemesi yaparken önermeleri veya çıkarımları mantık değişmezleri yardımıyla sembolleştirerek denetleme yaparlar. Bu durumda “Mantığın değişmezleri nedir?” sorusu ve bunun cevabı mantık felsefecilerinin bir tartışması olarak karşımıza çıkar. Ancak bu sorun henüz çözüme ulaşmamış olup mantık felsefesinin açık bir sorunu olarak süregelmektedir. Geçerlilik Kavramıyla İlgili Sorunlar Mantık felsefesinin en önemli sorusu hangi mantık sistemi veya sistemlerinin en uygun geçerlilik kavramını dile getirdiğidir. Bir çıkarımın geçerliliği, sistemin sembolik dilinin mümkün yorumları yardımıyla belirlenir. Bu yorumlar geniş ölçüde dilin değişmezlerinin, mantık değişmezleri ile özel değişkenlere ayrılmasına bağlıdır. Ayrıca sembolik dildeki bir çıkarımın geçerliliği, yorumlardaki doğruluk değerlerine bağlıdır. Böylece geçerlilik kavramıyla ilgili sorunların çözümünün bir yandan mantık değişmezi kavramıyla diğer yandan doğruluk kavramıyla sıkı ilişki içerisinde olduğu görülmektedir. Doğruluk ve Varlık İle İlgili Sorunlar Mantığın birliği açısından baktığımızda “Doğruluk değeri nedir ve kaç tanedir?” sorusu karşımıza çıkar. Çünkü iki değerli mantıkta doğru ve yanlış değerleri varken, çok değerli mantıkta ikiden fazla doğruluk değeri vardır. Bir başka problem açısından baktığımızda, mantığın içerikle değil, biçimle ilgilendiğini ve bundan dolayı da mantık doğrusu ile bilgi doğrusu arasında bir ayırım yapıldığını görürüz. Mantık İlkeleriyle İlgili Sorunlar Mantık felsefesi, mantık biliminin bu ana ilkelerini, ilk olarak; kaynağı ve geçerliliği konusunda, ikinci olarak; bu ilkelerin tüm mantık sistemlerinde geçerli olup olmadığı konusunda, son olarak bunların düşünce ve akılda nasıl var oldukları meselesinde irdeler. Özdeşlik İlkesi Özdeşlik ilkesi genellikle eşitlik ile karıştırılmaktadır. Oysa özdeşlik iki ayrı şey arasındaki bir ilişkiyi değil, bir şeyin kendisi olması durumunu gösterir. Özdeşlik, bir şey ne ise odur biçiminde dile getirilebilir. Bir terime verilen anlam ne ise o akıl yürütme boyunca, o terim hep aynı anlam taşımalıdır. Akıl yürütme içerisinde terimlerin değişmezliği söz konusudur. Bu, akıl yürütmenin ve fikirlerin tutarlılığının zorunlu sonucudur. Çelişmezlik İlkesi Çelişmezlik ilkesi, özdeşlik ilkesinin bir türevi durumundadır. Bir şeyin hem kendisi hem de kendisinden başka şey olamaması ilkesi mantıkta bir şeyin hem kendisi hem de değil aynı anda doğru olamaz diye tanımlanır. Çelişmezlik ilkesi zihnin bir şeyi kabul ettiğinde diğerini reddetmesi olarak ifade edilir. Çelişik önermelerin biri doğru ise diğeri yanlış olmak durumundadır. Aynı anda önermelerin doğru olamayacağı gibi, yine aynı anda ve aynı şartlarda çelişik önermelerin her ikisi de yanlış olamaz. Üçüncü Hâlin Olanaksızlığı İlkesi Bir şey ya doğrudur ya yanlıştır, bunların dışında değer alamaz. İki çelişik önerme arasında herhangi bir ara önermenin bulunması mümkün değildir. Günlük dilde kullanımımız açısından bir örnek vermek gerekirse: Bu kapı ya açıktır ya da kapalı; üçüncü bir imkân/olanak/ara durum söz konusu değildir. Üçüncü hâlin olanaksızlığına yönelik itirazların temel nedeni düşünce evrenimizin bu ilke ile sınırlandırıldığına yöneliktir. Eleştiri sahiplerine göre, düşünme evreni A ve A olmayan gibi iki bölgeye ayrılırsa, bizim bu iki bölgenin dışında bir x düşünmemiz zaten olanaksızlaşır. Sonuç olarak aklın ilkelerinin geçerliliği, bu ilkelerin kaynağının ne olduğu mantık felsefesinin konusudur. Aklın ilkelerinin geçerliliği konusunda mantık felsefesi özellikle bu ilkelerden özdeşlik ve çelişmezliğin varlık alanına uygulandığında çeşitli problemlerine dikkat çekmektedirler.

MANTIĞIN KAYNAĞI PROBLEMİ

Bilim olarak mantığın kaynağı dediğimizde aklımıza ilk isim olarak Aristoteles gelir. Klasik Yunan’

dan günümüze kadar mantığın kaynağı meselesi tartışılmıştır. Mantığın kaynağına ilişkin yapılacak olan her değerlendirme zihin fonksiyonları ve akıl ilkelerini temele almak durumundadır. Mantığın kaynağına ilişkin tartışmalar ise eski Yunan'dan beri bilginin kaynağı problemiyle birlikte ele alınmış, Yeni Çağ felsefesi ile daha yoğun bir biçimde ancak üç farklı cereyan etrafında bu tartışma süregelmiştir. Bu üç farklı cereyandan ilki rasyonalizm, ikincisi ampirizm, üçüncüsü ise Fransız sosyologlarının toplumcu görüşüdür. Akılcılara göre ilke ve kategoriler doğuştan mevcuttur ve bunlar insan varlığıyla eş zamanlı var oluşlara sahiptirler. Yine akılcı düşünürlere göre, mantıksal yasalar gerçekliğin akla uygun olarak kavranmasının doğal ürünleridir. Ampiristlere göre ise bunlar deney ve tecrübenin ürünleridir. Bunların zihinde var oluşları, deney aracılığıyla kazanılmış soyutlamalar olmasından meydana gelir. Yani doğuştan olmadığı gibi, deney ve tecrübeye de muhtaçtırlar. Mantığın kaynağını toplumsal hayat içerisinde gören bir örnek temsilci olarak E. Durkheim'i almak yeterli olacaktır. Ona göre kavram ve kategorilerin doğuştan olduğu iddiası geçersiz olduğu gibi, bunlar tek tek bireyin tecrübelerinin ürünü olarak da görülemezler. Kavram ve kategoriler uzun bir zaman dilimi içerisinde insanlık tarafından kazanılmıştır. İlkel topluluklardan günümüze, mantıklı düşünme ve ilkelerin temelinde toplumsal hayat vardır. Sonuç olarak bilgimizi, doğal olarak mantığın kökeni meselesini tek bir kaynağa bağlamadan ele almanın gerekliliği en sağduyulu yaklaşım olarak ortaya çıkmaktadır.